Das Gauß-Verfahren

Das Gauß-Verfahren ist eine Erweiterung des Additionsverfahrens. Ziel ist es, ein LGS durch Umformungen in Stufenform zu bringen, um es dann lösen zu können.
Zulässige Umformungen sind dabei:
A Vertauschen zweier Zeilen
B Multiplikation aller Einträge einer Zeile mit einem Faktor
C Addition einer Zeile zu einer anderen

Beispiel

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 4 & -3 & 1 & 1 \\ -4 & 5 & -2 & 0 \\ 8 & -9 & 5 & 5 \end{array}\right)$$

1. Ziel

$$\left(\begin{array}{rrr|r} & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 4 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & 3 \end{array}\right)$$

2. Ziel

$$\left(\begin{array}{rrr|r} & & & \\ 0 & & & \\ 0 & 0 & & \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 4 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lrcll} \text{III} & 3x_3 & = & 9 & |:3 \\ & x_3 & = & 3 & \\ \text{II} & 2x_2 - 1 \cdot 3 & = & 1 & \\ & 2x_2 - 3 & = & 1 & |+3 \quad |:2 \\ & x_2 & = & 2 & \\ \text{I} & 4x_1 - 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 & = & 1 & \\ & 4x_1 - 3 & = & 1 & |+3 \quad |:4 \\ & x_1 & = & 1 & \end{array}$$

Das Gauß-Verfahren und dieses Beispiel werden im verlinkten Video erklärt:
https://vimeo.com/358259384

Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/0ee770cf

Übung

① Berechnen Sie!

a) $\left(\begin{array}{ccc:c} -5 & -3 & 2 & 21 \\ 0 & -4 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \end{array}\right)$ b) $\left(\begin{array}{ccc:c} 3 & 4 & -4 & -23 \\ 0 & -5 & -3 & -22 \\ 0 & 0 & 5 & 20 \end{array}\right)$ c) $\left(\begin{array}{ccc:c} 3 & 4 & 2 & -31 \\ 0 & -2 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$

② Berechnen Sie!

a) $\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 3 & -1 & 6 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \end{array}\right)$ b) $\left(\begin{array}{ccc:c} 4 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 13 \end{array}\right)$ c) $\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 3 & 3 & 6 \\ 0 & 2 & -3 & -1 \end{array}\right)$

③ Berechnen Sie!

a) $\left(\begin{array}{ccc:c} 4 & -5 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 2 & 11 \\ 0 & -2 & 3 & 15 \end{array}\right)$

$\mathbb{L} =$

d) $\left(\begin{array}{ccc:c} 2 & -5 & 1 & 23 \\ -1 & -4 & -3 & 21 \\ 1 & -5 & 4 & 24 \end{array}\right)$

$\mathbb{L} =$

b) $\left(\begin{array}{ccc:c} -2 & -4 & 0 & -12 \\ 5 & 2 & -1 & 1 \\ -5 & 3 & -4 & 34 \end{array}\right)$

$\mathbb{L} =$

e) $\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 5 & -1 & -17 \\ -4 & -5 & 1 & 20 \\ -2 & 0 & 3 & -10 \end{array}\right)$

$\mathbb{L} =$

c) $\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & -1 & -10 \\ 5 & -4 & -2 & 12 \\ 4 & 5 & -3 & -26 \end{array}\right)$

$\mathbb{L} =$

f) $\left(\begin{array}{ccc:c} 2 & -1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & -3 & 3 \\ -4 & -4 & -2 & -12 \end{array}\right)$

$\mathbb{L} =$

④ Welche Schwierigkeit tritt jeweils bei den dargestellten Systemen auf? Finden Sie eine Lösung!

a) $\left(\begin{array}{ccc:c} 0 & 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 0{,}5 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$ b) $\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{array}\right)$

Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/0ee770cf