

# Gleichungen lösen

Für lineare und quadratische Gleichungen - also Gleichungen ersten und zweiten Grades - kennen Sie bereits Verfahren, um diese zu lösen. Für Gleichungen höheren Grades benötigen Sie zusätzliche Verfahren. Einige werden hier vorgestellt. Die Beispielaufgaben werden in den verlinkten Videos gelöst.

### Lösung mithilfe der n-ten Wurzel

Bedingung: x kommt nur mit einer Potenz vor.

Beispiel:  $3x^3 + 2 = 83$

[illegible]

<https://vimeo.com/258954714>

### Lösung mithilfe des Satzes vom Nullprodukt

Bedingung: Eine Seite der Gleichung ist 0, die andere ein Produkt.

Beispiel:  $(x - 3)(x^2 - 4) = 0$

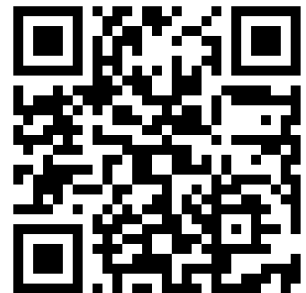
[illegible]

<https://vimeo.com/258955506>

### Lösung durch Ausklammern

Bedingung: Eine Seite der Gleichung ist 0, auf der anderen ist x in jedem Summanden enthalten.

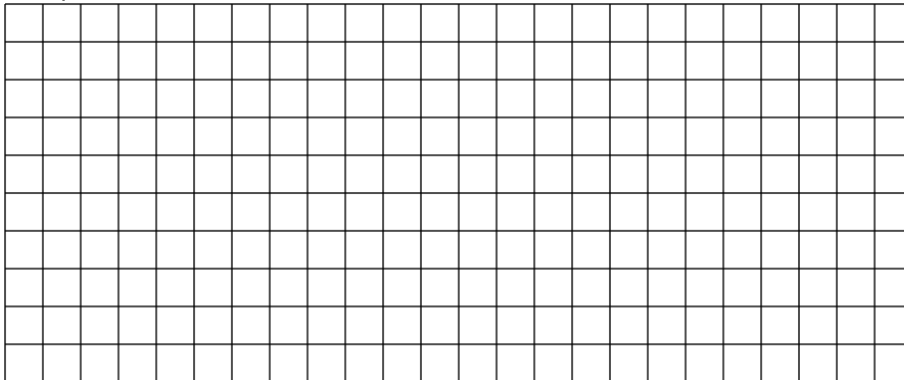
Beispiel:  $x^3 + 9x = 0$

A blank sheet of graph paper with a grid pattern. The grid consists of small squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 15 rows of squares. A single horizontal line runs across the middle of the page, separating the top half from the bottom half. This line passes through the center of the grid, between the 7th and 8th rows from the top.

<https://vimeo.com/258955506#t=2m21s>

**Lösung durch Substitution**

Bedingung: Alle x-Potenzen besitzen einen gemeinsamen Teiler

Beispiel:  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ 
<https://vimeo.com/266331059>
**Übung**

- ① Bestimmen Sie die Lösungsmenge durch **Wurzelziehen**.

a)  $x^3 - 64 = 0$       b)  $x^4 - 256 = 0$       c)  $256 + x^4 = 0$



Lösung 1, 2, 3

- ② Bestimmen Sie die Lösungsmenge mit **Ausklammern** und dem **Satz vom Nullprodukt**.

a)  $(x + 3)(x^3 - 8) = 0$       b)  $x^3 - 9x = 0$       c)  $x^4 + 16x^2 = 0$

- ③ Bestimmen Sie die Lösungsmenge durch **Substitution**.

a)  $\frac{1}{2}x^4 + x^2 = 1,5$       b)  $x^4 - x^2 - 2 = 0$       c)  $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$

- ④ Notieren Sie hinter der jeweiligen Gleichung, ob sie durch (A)usklammern, (L)ösungsformel, (W)urzelziehen oder (S)ubstitution gelöst werden kann. Und bestimmen Sie die Lösungsmenge.

|                         |                             |                          |
|-------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| a) $x^4 - x = 0$        | g) $x^4 + 256 = 0$          | m) $x^4 + 7x^2 + 12 = 0$ |
| b) $x^2 = x$            | h) $x^4 - 7x^3 + 10x^2 = 0$ | n) $x^3 - 1 = 0$         |
| c) $x^4 + x^2 - 20 = 0$ | i) $x^3 + x = 0$            | o) $x^4 + 1 = 0$         |
| d) $x^4 - 4x^2 = 0$     | j) $x^3 + 5x^2 + 8x = 4x$   | p) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$  |
| e) $x^3 - 3x^2 = 0$     | k) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$     | q) $x^3 - 4x^2 = 0$      |
| f) $x^2 + 6x = -8$      | l) $x^4 + 3x^3 - 4x^2 = 0$  | r) $x^4 - 2x^2 = 8$      |

- ⑤ Erklären Sie, warum folgende Gleichungen nicht mit den genannten Verfahren gelöst werden können.

a)  $2x^5 - x^3 + 2 = 0$  nicht per Substitution  
 b)  $2x^5 - x^3 + 2 = 0$  nicht per Ausklammern  
 c)  $(x - 4)(x^2 + 1) = -1$  nicht per Satz vom Nullprodukt



Lösung 4, 5