Potenzrechenregeln

Potenz

Für $n \in \mathbb{N}$ erhält man a^n indem man a n-mal mit sich selbst multipliziert:

$$a^n = \underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{n-mal}$$

Bsp.:

1) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
2) $3^2 = 3 \cdot 3$
3) $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$
4) $0{,}2^4 = 0{,}0016$

Potenzen binden stärker als Rechen- und Vorzeichen:

5) $-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$
6) $3 \cdot 4^2 = 3 \cdot 16 = 48$

Für $a, b \in \mathbb{R}$ und $n, m \in \mathbb{N}$ gelten bestimmte **Potenzrechenregeln**. Ergänzen Sie diese!

(A) $a^n \cdot a^m =$

(B) $a^n \cdot b^n =$

C) $(a^n)^m =$

D) $a^{-n} =$

E) $a^{\frac{1}{n}} =$

Aus diesen Regeln kann man weitere Regeln herleiten:

F) $a^0 =$

$a^1 =$

G) $(\frac{a}{b})^n =$

H) $\sqrt[n]{a \cdot b} =$

I) $a^n : a^m =$

Berechnen Sie im Kopf! Vereinfachen Sie so weit wie möglich!

$4^2 =$

$8^2 =$

$4^4 =$

$(-5)^2 =$

$-5^2 =$

$(-5)^3 =$

$0{,}5^3 =$

$50^3 =$

$(\frac{2}{5})^3 =$

Tipp: Nutzen Sie eine Merkhilfe, wenn Sie sich nicht sicher sind:

Notieren Sie jeweils auf dem Gleichheitszeichen, welche Regel Sie anwenden und ergänzen Sie die Beispiele!

3^{-2}

$\sqrt[4]{16x^8}$

$(\frac{2}{3})^3$

$a^3 \cdot a^6$

$(x^2)^4$

$3^x \cdot 2^x$

$8^{\frac{1}{3}}$

$5^4 : 5^2$

$\sqrt[3]{64x^8}$

① Berechnen Sie ohne Hilfsmittel!

2^2 | 2^3 | $1{,}3^2$
$(-3)^4$ | $0{,}9^2$ | $(-3)^3$
4^5 | $(-2)^5$ | 4^2
$0{,}8^2$ | $(-2)^3$ | $(-2)^2$

5^{-3} | 4^{-3} | 3^{-1}
4^{-2} | $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ | 4^{-1}
$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ | $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$
$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$ | $\left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$ | $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$

Quadratzahlen

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$

Kubikzahlen

$1^3 = 1$	$11^3 = 1331$
$2^3 = 8$	$12^3 = 1728$
$3^3 = 27$	$13^3 = 2197$
$4^3 = 64$	$14^3 = 2744$
$5^3 = 125$	$15^3 = 3375$
$6^3 = 216$	$16^3 = 4096$
$7^3 = 343$	$17^3 = 4913$
$8^3 = 512$	$18^3 = 5832$
$9^3 = 729$	$19^3 = 6859$
$10^3 = 1000$	$20^3 = 8000$

② Erklären Sie, welche **häufigen Fehler** hier jeweils gemacht wurden und korrigieren Sie.

a) $2^{-3} = -8$ c) $2^3 \cdot 2^4 = 4^7$ e) $2^3 = 6$

b) $\sqrt{4x^6} = 2x^6$ d) $(4^3)^2 = 4^9$ f) $2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$

③ Berechnen Sie im Kopf!

a) $3^2 \cdot 6^2$

b) $3^5 : 3^3$

c) 12^{-2}

d) $0{,}04^3$

e) $0{,}25^{-0{,}5}$

f) $\sqrt[3]{13^6}$

g) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

④ Auch wenn man einen Ausdruck nicht komplett ohne Wurzel schreiben kann, kann es helfen, die Wurzel teilweise zu ziehen.
Bsp: $\sqrt{72} - \sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 2} - \sqrt{2} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} = 6\sqrt{2} - \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

Vereinfachen Sie entsprechend!

a) $\sqrt[3]{54}$

b) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{2}$

Zum Weiterlesen:
Primfaktorzerlegung
https://youtu.be/6gXQUCzv9hM