

Football-Kuchen



Touchdown!

Eine allseits beliebte Mathematiklehrerin hat ihrem Football-begeisterten Mann zum Geburtstag den nebenstehend abgebildeten Kuchen gebacken. Die Teigmenge ihres bewährten Schokokuchen-Rezepts hat dabei perfekt gepasst: Der fertige Kuchen hat die Form genau ausgefüllt. Dabei ist das Rezept eigentlich für eine Springform mit 26 cm Durchmesser gedacht. Sie wundert sich:

Woher wusste der Hersteller, wie er die Form gestalten muss?

Bestimmt finden ihre Schülerinnen und Schüler eine Erklärung!

Aufgaben

Nutze für Aufgabe 2 die unter <https://ggbm.at/R2CrdZrK> verfügbare Geogebra-Datei.

Du kannst die Datei auch nutzen, um einen Ansatz für Aufgabe 1 zu finden.

- ① Stelle Vermutungen darüber an, welche Überlegungen der Hersteller beim Design der Form angestellt haben könnte. (Stichpunkte genügen.)
- ② Löse die folgenden Aufgaben mithilfe der GeoGebra-Datei „Football-Kuchen“. Notiere deine Antworten in deinem Hefter. (Begründungen stichpunktartig; Rechenwege angeben!)
 - a) Untersuche die dargestellten Näherungsfunktionen: Wie sind sie konstruiert? Worin unterscheiden sie sich?
Entscheide dich für den weiteren Verlauf für eine der Funktionen. Begründe deine Auswahl.
Für Experten: Ermittle eine eigene Näherungsfunktion. Beschreibe dein Vorgehen und vergleiche die von dir aufgestellte Funktion mit den in der Datei hinterlegten.
 - b) Bestimme näherungsweise das Volumen der im Handel erhältlichen Football-Backform.
 - c) Schätze ein, wie genau der Näherungswert ist. (Mit Begründung!)
 - d) Bewerte dein Ergebnis hinsichtlich deiner Überlegungen aus Aufgabe 1.
- ③ November 2018: Der LIII. Superbowl steht an. Rechtzeitig vorher möchte der Hersteller neue Football-Backformen in Muffin-Größe auf den Markt bringen.
Entscheide, mit welcher Funktion bzw. welchen Funktionen f_i er die Form modellieren kann, damit ein Standard-Teigrezept sechs halbe Mini-Footbälle ergibt.
Begründe deine Auswahl und gehe dabei auch darauf ein, weshalb du die anderen Funktionen verworfen hast.

$$\bigcirc f_1(x) = \frac{5\sqrt{-x^2+20x-66}}{\sqrt{34}}$$

$$\bigcirc f_2(x) = -\frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{16}x + 6, x \in [-4, 4]$$

$$\bigcirc f_3(x) = 3 \cdot \ln\left(\frac{x}{2}\right), x \in [2, 16]$$

$$\bigcirc f_4(x) = -\frac{1}{10}(x - 5\sqrt{2})^2 + 5, x \in [0, 10\sqrt{2}]$$

Sektempfang

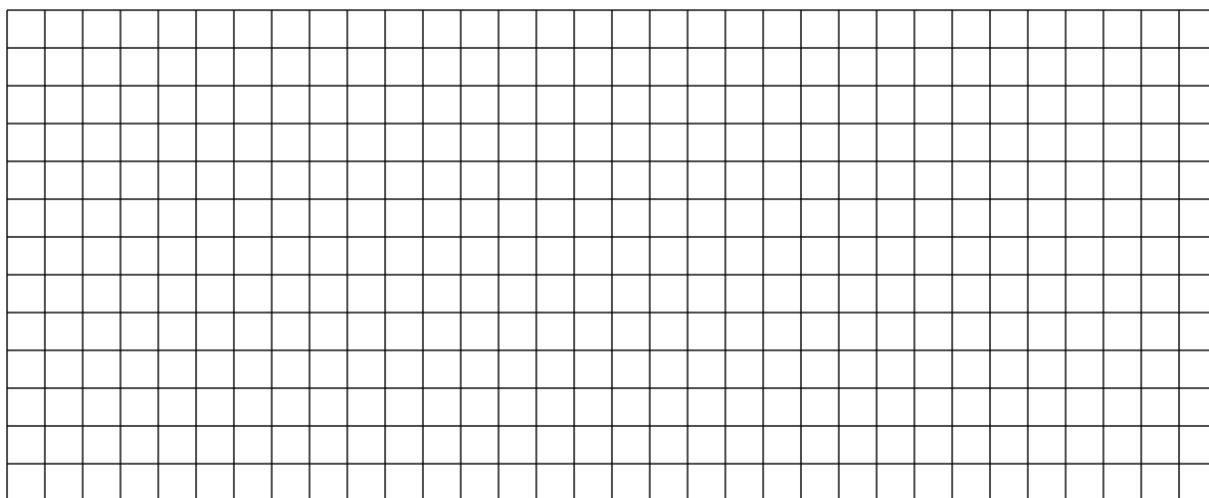
Abi 2018!

Endlich ist die letzte schriftliche Abiturprüfung überstanden! Zur Feier des Tages stößt der Mathe-LK des Bernhard-Riemann-Gymnasiums nach der anstrengenden Klausur auf die überstandenen Strapazen an. Natürlich stilvoll! Aus Gläsern! Da jeder ein eigenes Glas mitgebracht hat, sind allerdings fast alle Gläser unterschiedlich. Damit ergeben sich für die Verteilung des (alkoholfreien :) Sekts viele spannende Fragen...



Aufgaben

- ④ Modelliere einen Sektkelch als Rotationskörper einer geeigneten Funktion. Gib die Funktionsvorschrift an und skizziere den Funktionsgraphen in einem geeigneten Intervall.
- Du kannst z. B. im Internet nach einem Bild suchen und dies als Vorlage nutzen. Oder du nimmst ein echtes Sektklas. Nutze dann für die Modellierung am besten GeoGebra; lade das Bild als Hintergrund in die Datei.
 - Überlege dir zunächst, welche Funktionstypen grundsätzlich geeignet sind.
 - Beachte das übliche Fassungsvermögen von Sektkelchen.



- ⑤ Wie viel passt in dein Sektklas, wenn man es randvoll schenkt?
- Rechne hilfsmittelfrei, falls möglich.
- ⑥ Wie hoch darf dein Sektklas befüllt werden, wenn ihr den Inhalt von 2 Flaschen gleichmäßig auf alle aufteilt? Gib ein Maß an, mit dem du diese Füllhöhe in der Praxis abschätzen kannst.
- ⑦ Der Barkeeper schenkt jedem von euch vier Sekunden lang ein. Wie viel Sekt bekommst du? Wie hoch ist dein Glas anschließend gefüllt?
- Tipp: Modelliere die Zuflussmenge in $\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$, d. h. in Abhängigkeit von der Zeit. Begründe die Gestalt deiner Funktion.
- ⑧ Vergleicht eure Ergebnisse in eurer Lerngruppe. Diskutiert Unterschiede und Gemeinsamkeiten.