

Die lokale Linearität

- ① Scanne den untenstehenden QR-Code ein (oder gib den Link im Browser ein). Du siehst dann den Graphen der Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - x$ in Geogebra. Mithilfe der Lupe kannst du einen kleinen Ausschnitt im Koordinatensystem näher betrachten.
- Vergößere** den Ausschnitt der Funktion beim Punkt A über den Schieberegler für h **immer weiter**. **Beschreibe**, was du dabei feststellst.
 - Bestimme** die mittleren Anstiege zwischen den Punkten A_1 und A_2 verschiedener Ausschnitte und **ergänze** die untenstehende Tabelle.
 - Vergleiche** die Ergebnisse des Differenzenquotienten aus der Tabelle. **Beschreibe** deine Beobachtung.
 - Zeichne die Funktion $f(x) = \sin(x) + 2 \cdot \sin(3x - 4)$ in Geogebra. **Stelle Vermutungen an**, was passiert, wenn du hier ebenfalls in beliebige Ausschnitte der Funktion hineinzoomst. **Notiere** deine Vermutung und **überprüfe** sie danach.



<https://www.geogebra.org/m/v9qnxtnj>



Hinweis

h ist der jeweilige Abstand in x -Richtung der Punkte A_1 und A_2 zum festen Punkt A.

x_1	x_2	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

Tangenten und Sekanten

② Scanne den untenstehenden QR-Code ein (oder gib den Link im Browser ein). Du siehst dann eine Sekante, die an den Punkt $P(1|1)$ der Funktion $f(x) = 0,5x^2 + 0,5$ angelegt wurde sowie das zugehörige Steigungsdreieck und dessen Anstieg.

a) **Verkleinere** das Intervall des Steigungsdreiecks mithilfe des Schieberegler für Δx **immer weiter** und beobachte, was mit der Sekante passiert. **Beschreibe**, was du dabei feststellst, gehe dabei auch auf folgende Fragen ein:

- Was passiert mit der Sekante für $\Delta x = 0$?
- In wie vielen Punkten berührt die Sekante den Graphen in diesem Fall?
- Was wird aus dem Differenzenquotient?
- Welche geometrische/ inhaltliche Bedeutung hat die Sekante bzw. der Differenzenquotient im Fall $\Delta x = 0$?



<https://t1p.de/anx89>

b) Der Differenzenquotient geht für $h \rightarrow 0$ in den Differentialquotienten

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ über. Der Differentialquotient entspricht der Ableitung $f'(x_0)$ der Funktion f im Punkt x_0 .

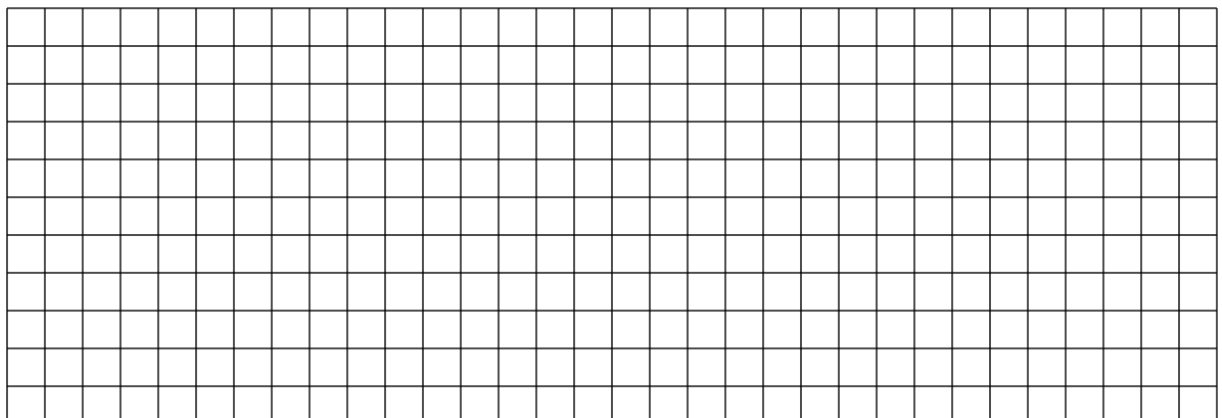
Berechne die Differentialquotienten für folgende Stellen x_0 und **stelle Vermutungen an**, welche Rückschlüsse sich damit über die Monotonie der Funktion $f(x) = 4x^3 - 6x^2$ ziehen lassen:

$$x_0 = 0$$

$$x_0 = 0,5$$

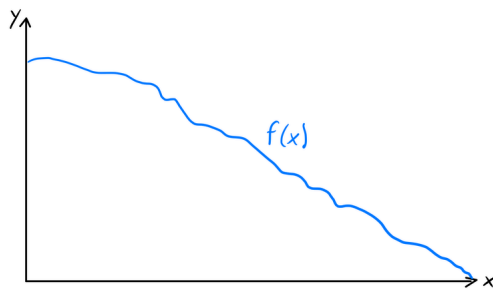
$$x_0 = 1$$

$$x_0 = 1,5$$



Die inhaltliche Interpretation der Ableitung

- ③ a) $K = f(A)$ beschreibt die Kosten K in Euro zum Bau eines Hauses mit $A \text{ m}^3$ umbautem Raum. **Erkläre** die inhaltliche Bedeutung der Ableitung $f'(A)$.
- b) Die Förderungen von T Tonnen Kupfer verursachen in einer Mine Kosten (in Euro) von $K = f(T)$. **Gib** die Bedeutung von $f'(2000) = 100 \text{ an}$.
- c) $f(x)$ ist die Höhe (ü.N.N.) des Elbufers in x km Entfernung von der Quelle. **Gib begründet** die Einheit und das Vorzeichen von $f'(x)$ an.



- d) *Ein ICE fährt die 360 km ($= f(t)$) von Leipzig nach München in $t = 3\text{h } 10\text{min}$ und macht dabei vier Zwischenstopps in Erfurt, Bamberg, Erlangen und Nürnberg. **Zeichne** einen Graphen für $f(t)$.
Gib die Bedeutung und eine sinnvolle Einheit von $f'(t = 20\text{min}) = 230 \text{ an}$.
Erläutere die physikalische Bedeutung von $f''(t)$.

- ④ **Zeichne** in die Abbildung die Punkte A bis H in den Graphen von f ein, die den folgenden Anforderungen genügen:

- im Punkt A ist der Funktionswert positiv
- im Punkt B ist der Funktionswert negativ
- im Punkt C ist der Funktionswert am kleinsten
- im Punkt D ist die Ableitung negativ
- im Punkt E ist die Ableitung positiv
- im Punkt F ist die Ableitung Null
- in den (verschiedenen) Punkten G und H ist die Ableitung gleich

