Die lokale Linearität

① Scanne den untenstehenden QR-Code ein (oder gib den Link im Browser ein). Du siehst dann den Graphen der Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - x$ in Geogebra. Mithilfe der Lupe kannst du einen kleinen Ausschnitt im Koordinatensystem näher betrachten.

a) **Vergrößere** den Ausschnitt der Funktion beim Punkt A über den Schieberegler für h **immer weiter**. **Beschreibe**, was du dabei feststellst.

b) **Bestimme** die mittleren Anstiege zwischen den Punkten A_1 und A_2 verschiedener Ausschnitte und **ergänze** die untenstehende Tabelle.

c) **Vergleiche** die Ergebnisse des Differenzenquotienten aus der Tabelle. **Beschreibe** deine Beobachtung.

d) Zeichne die Funktion $f(x) = sin(x) + 2 \cdot sin(3x - 4)$ in Geogebra. **Stelle Vermutungen an,** was passiert, wenn du hier ebenfalls in beliebige Ausschnitte der Funktion hineinzoomst. **Notiere** deine Vermutung und **überprüfe** sie danach.

https://www.geogebra.org/m/v9qnxtnj

Hinweis
h ist der jeweilige Abstand in x-Richtung der Punkte A_1 und A_2 zum festen Punkt A.

x_1	x_2	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

Tangenten und Sekanten

(2) Scanne den untenstehenden QR-Code ein (oder gib den Link im Browser ein). Du siehst dann eine Sekante, die an den Punkt $P(1|1)$ der Funktion $f(x) = 0{,}5x^2 + 0{,}5$ angelegt wurde sowie das zugehörige Steigungsdreieck und dessen Anstieg.

a) **Verkleinere** das Intervall des Steigungsdreiecks mithilfe des Schieberegler für Δx **immer weiter** und beobachte, was mit der Sekante passiert. **Beschreibe**, was du dabei feststellst, gehe dabei auch auf folgende Fragen ein:
- Was passiert mit der Sekante für $\Delta x = 0$?
- In wie vielen Punkten berührt die Sekante den Graphen in diesem Fall?
- Was wird aus dem Differenzenquotient?
- Welche geometrische/ inhaltliche Bedeutung hat die Sekante bzw. der Differenzenquotient im Fall $\Delta x = 0$?

https://t1p.de/anx89

b) Der Differenzenquotient geht für $h \to 0$ in den Differentialquotienten $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ über. Der Differentialquotient entspricht der Ableitung $f'(x_0)$ der Funktion f im Punkt x_0.

Berechne die Differentialquotienten für folgende Stellen x_0 und **stelle Vermutungen an**, welche Rückschlüsse sich damit über die Monotonie der Funktion $f(x) = 4x^3 - 6x^2$ ziehen lassen:

$x_0 = 0$

$x_0 = 0{,}5$

$x_0 = 1$

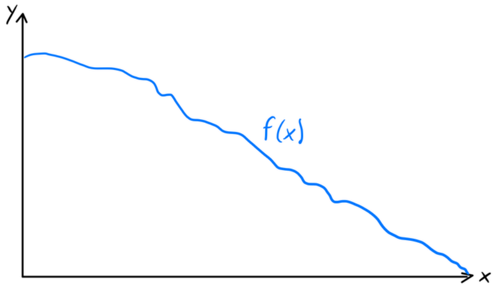
$x_0 = 1{,}5$

Die inhaltliche Interpretation der Ableitung

③ a) $K = f(A)$ beschreibt die Kosten K in Euro zum Bau eines Hauses mit A m^3 umbautem Raum. **Erkläre** die inhaltliche Bedeutung der Ableitung $f'(A)$.

b) Die Förderungen von T Tonnen Kupfer verursachen in einer Mine Kosten (in Euro) von $K = f(T)$. **Gib** die Bedeutung von $f'(2000) = 100$ **an**.

c) $f(x)$ ist die Höhe (ü.N.N.) des Elbufers in x km Entfernung von der Quelle. **Gib begründet** die Einheit und das Vorzeichen von $f'(x)$ **an.**



d) *Ein ICE fährt die 360 km ($= f(t)$) von Leipzig nach München in $t = 3h\ 10min$ und macht dabei vier Zwischenstopps in Erfurt, Bamberg, Erlangen und Nürnberg. **Zeichne** einen Graphen für $f(t)$.
Gib die Bedeutung und eine sinnvolle Einheit von $f'(t = 20min) = 230$ **an**.
Erläutere die physikalische Bedeutung von $f''(t)$.

④ **Zeichne** in die Abbildung die Punkte A bis H in den Graphen von f ein, die den folgenden Anforderungen genügen:

- im Punkt A ist der Funktionswert positiv
- im Punkt B ist der Funktionswert negativ
- im Punkt C ist der Funktionswert am kleinsten
- im Punkt D ist die Ableitung negativ
- im Punkt E ist die Ableitung positiv
- im Punkt F ist die Ableitung Null
- in den (verschiedenen) Punkten G und H ist die Ableitung gleich