

Arbeitsmaterial: Grenzwerte von Funktionen und Stetigkeit

- ① Untersuche in Geogebra die gegebene, unbekannte Funktion $f(x)$.

Finde hinter der Blackbox heraus, ob der rechtsseitige und linksseitige Grenzwert für $x = 2$ existieren, indem du dich mittels des Schiebereglers an die Stelle annäherst und die Entwicklung des Funktionswertes beobachtest.

- Linksseitiger Grenzwert

☐ existiert nicht.

☐ existiert und lautet $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 0}} f(x) = \text{[]}$.

- Rechtsseitiger Grenzwert

☐ existiert nicht.

☐ existiert und lautet $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 0}} f(x) = \text{[]}$.



<https://www.geogebra.org/m/hg4jqw5u>

Definition: Sei $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. f ist an einer Stelle $x_0 \in D$ stetig, wenn gilt: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ existiert und es ist $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$. Wir nennen f stetig, wenn f an allen Stellen stetig ist.

Entscheide:

Nach dieser Definition ist der Graph aus Aufgabe 3 stetig / nicht stetig. Begründe.

- ② Die Tabelle gibt aktuelle Kosten für Pakete bei DHL an. Runde die Preise passend und trage sie in das Koordinatensystem ein.

a) Entscheide: Die Funktion $\text{Preis}(m)$ ist stetig / nicht stetig.

b) Gib den rechtsseitigen und linksseitigen Grenzwert für $m=2\text{kg}$ an.

c) Überlege, welche Aussagen jeweils inhaltlich und mathematisch über den links- und rechtsseitigen Grenzwert für $m=0\text{kg}$ getroffen werden können.

d) Finde weitere Beispiele für ähnliche unstetige Funktionen.

PAKETE ⁽¹⁾

bis 2 kg	bis 5 kg ⁽³⁾	bis 10 kg ⁽³⁾	bis 20 kg ⁽³⁾	bis 31,5 kg ^(3,5)
14,49 €	16,49 €	21,49 €	27,30 €	45,49 € ⁽⁴⁾



- ③ Gegeben sind die abschnittsweise definierten Funktionen f und g .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}k^2x - 1, & x \leq 2 \\ 2 + kx, & x > 2 \end{cases}$$

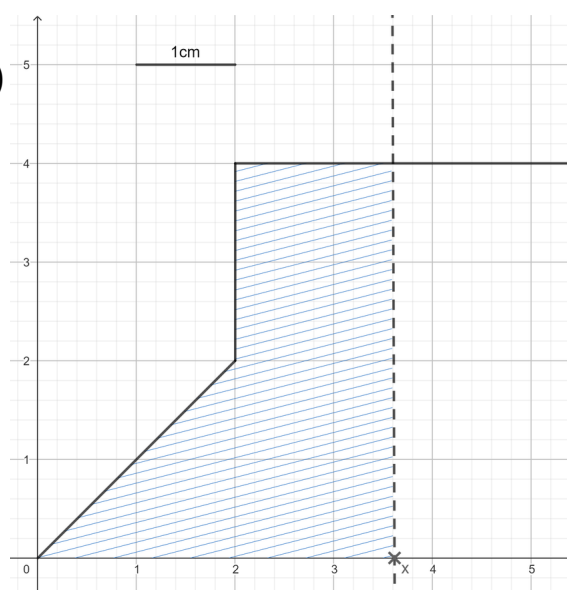
$$g(x) = \begin{cases} a(x-3)^2, & x \leq 2 \\ 2b - x, & x > 2 \end{cases}$$

- a) Bestimme k so, dass f an der Abschnittsgrenze x_0 stetig ist.
 b) Berechne, welche Beziehung zwischen a und b gelten muss, damit g stetig bei x_0 ist.

Aufgabe aus: Bigalke/Köhler. Cornelsen. *Mathematik. Analysis. Band 1.*

- ④ In ein Koordinatensystem (1LE $\hat{=}$ 1cm) ist ein Streckenzug eingezeichnet. Die Funktion $A(x)$ ordnet jeder Zahl $x \in \mathbb{R}$ mit $x \geq 0$ den Inhalt der schraffierten Fläche in Quadratzentimetern zu.

- a) Gib die Werte $A(0)$, $A(1)$, $A(2)$, $A(3)$ und $A(4)$ an.
 Trage die Punkte in das untenstehende Koordinatensystem.
 b) Argumentiere, ob die Funktion $A(x)$ an der Stelle $x_0 = 2$ stetig ist.
 c) Skizziere den Graphen $A(x)$.
 d) Gib eine abschnittsweise definierte Funktionsgleichung für die Funktion an.



Aufgabe adaptiert aus: *Lambacher Schweizer 11/12*

