

Der einfache Dreisatz

Mit dem einfachen Dreisatz lassen sich aus **drei** Werten ein *vierter*, unbekannter, Wert errechnen. Der Dreisatz setzt dabei die Zahlen ins Verhältnis zueinander.

Man unterscheidet zwischen:

Proportionalem Dreisatz

Werte werden in einem bestimmten Verhältnis größer oder kleiner.
z.B. Je mehr Orangen man auspresst, desto mehr Saft erhält man.

und

Antiproportionalem Dreisatz

Ein Wert nimmt zu, der andere Wert ab.

z.B. Je mehr Pumpen ein Becken vollpumpen, desto weniger Zeit wird für das Füllen benötigt.



Lösung eines proportionalen Dreisatzes

Aus 6 Kilo Orangen können 1,5 Liter Saft gepresst werden. Wieviel Saft erhält man aus 14 Kilo Orangen?

Lösung:

1. Zuerst werden die bekannten Größen ins Verhältnis gesetzt
2. Dann rechnet man auf die Einheit 1 herunter in dem man beide Seiten mit der gleichen Zahl dividiert.
3. Schließlich multipliziert man mit der gesuchten Zahl.

	Orangen in Kg	=	Saft in Litern	
	6	≙	1,5	
: 6	1	≙	0,25	: 6
* 14	14	≙	3,5	* 14

Antwort: Aus 14 Kilo Orangen lassen sich 3,5 Liter Saft pressen.

Ansatz und Schreibweise als Bruch

$$\begin{array}{l} 6 \triangleq 1,5 \\ 14 \triangleq X \end{array}$$

Berechnung über Kreuz:

$$X = \frac{14 \cdot 1,5}{6}$$



Rechenweg

Beim proportionalen Dreisatz wird immer über Kreuz gerechnet.
Die Zahl über X steht immer oben auf dem Bruchstrich.

Lösung eines antiproportionalen Dreisatzes

8 Pumpen füllen ein Schwimmbecken in 3,5 Stunden. Da derzeit 3 Pumpen beschädigt sind, können nur 5 Pumpen eingesetzt werden. Wie lange benötigen sie für die Füllung des Beckens?

Lösung:

1. Zuerst werden die bekannten Größen ins Verhältnis gesetzt
2. Dann auf 1 heruntergerechnet in dem die eine Seite dividiert und die andere multipliziert wird.
3. Schließlich multipliziert und dividiert man mit der gesuchten Zahl.

	Anzahl Pumpen	$\hat{=}$	Zeit in h	
	8	$\hat{=}$	3,5	
: 8	1	$\hat{=}$	28	* 8
* 5	5	$\hat{=}$	5,6	: 5



Antwort: 5 Pumpen füllen das Becken in 5,6 Stunden.

Alternativ: 5 Pumpen füllen das Becken in 5 Stunden und 36 Minuten.

Ansatz und Schreibweise als Bruch

$8 \hat{=} 3,5$ Berechnung in gerader Linie:
 $5 \hat{=} X$

$$X = \frac{8 \cdot 3,5}{5}$$



Rechenweg

Beim antiproportionalen Dreisatz wird immer in gerader Linie gerechnet.
 Die Zahl über X steht immer oben auf dem Bruchstrich.



Übungen

- ① Ein Auto verbraucht auf 485 Kilometer 58,2 Liter Benzin.
 - Wieviele Liter braucht es auf 100 Kilometer
 - Für welche Strecke reicht eine Resttankfüllung von 27 Litern
- ② Als Projektarbeit wollen 10 Schüler in 14 Tagen den Schulgarten neu anlegen.
 - Zwei Schüler werden überraschend krank. Wie lange dauert die Arbeit jetzt?
 - Sechs Schüler der Parallelklasse erklären sich bereit mitzuhelfen. Welche Änderung der Arbeitszeit ergibt sich hierdurch?

Der erweiterte Dreisatz

Mit dem erweiterten Dreisatz lässt sich aus **mehreren** Werten *die proportional oder antiproportional im Verhältnis* stehen ein unbekannter Wert errechnen. Es sind also mehrere Verhältnisse enthalten, die zu berücksichtigen sind. Für die Lösung mit dem Tabellenschema sind also mehrere Schritte nötig.

Lösung eines erweiterten Dreisatzes

Zehn Mitarbeiter der Versandabteilung können bei täglich 8 Stunden Arbeitszeit in 3 Wochen (Wochenarbeitszeit 5 Tage) 4.900 Sendungen packen und versenden.

Wie viele Sendungen können 14 Angestellte bei täglich 6 Stunden in 2 Wochen abfertigen.

Lösung:

1. Zuerst werden die bekannten Größen ins Verhältnis gesetzt
2. Dann die Proportionalitäten bestimmt.
 - 2.1 Je mehr Mitarbeiter desto mehr Sendungen. (*proportional*)
 - 2.2 Je weniger Zeit desto weniger Sendungen. (*proportional*)
3. Dann die erste Größe auf 1 bringen.
4. Dann die erste Größe auf die gesuchte Anzahl bringen.
5. Dann die zweite Größe auf 1 bringen
6. Dann die zweite Größe auf die gesuchte Anzahl bringen.
7. Die dritte, gesuchte, Größe verändert sich dabei automatisch



	Anzahl der Mitarbeiter	≙		Arbeitszeit in Stunden	≙		Anzahl der Sendungen	
	10	≙		120	≙		4900	
:10	1	≙		120	≙		490	:10
*14	14	≙		120	≙		6860	*14
	14	≙	: 120	1	≙		57,16	:120
	14	≙	*60	60	≙		3430	*60

Antwort: 14 Angestellte schaffen bei 6 Stunden täglicher Arbeitszeit in zwei Wochen 3430 Pakete.

Ansatz und Schreibweise als Bruch

$$10 \triangleq 120 \triangleq 4900$$

$$14 \triangleq 60 \triangleq X$$

Berechnung entsprechend der Proportionalitäten

$$X = \frac{4900 \cdot 14 \cdot 60}{10 \cdot 120}$$

Lösung eines erweiterten Dreisatzes mit mehreren Proportionalitäten

Drei Personen reichen 25 Kilo Kartoffeln 50 Tage lang. Wie lange reichen 40 Kilo wenn eine Person hinzukommt?

1. Zuerst werden die bekannten Größen ins Verhältnis gesetzt
2. Dann werden die Proportionalitäten bestimmt.
 - 2.1 Je mehr Personen - desto weniger Tage (*antiproportional*)
 - 2.2 Je mehr Kartoffeln desto mehr Tage. (*proportional*)
3. Nun wieder der erste Wert auf 1 gebracht.
4. Dann den ersten Wert auf den gesuchten Wert bringen.
5. Dann den zweiten Wert auf 1 bringen.
6. Schließlich den zweiten Wert auf den gesuchten Wert bringen.
7. Die dritte, gesuchte, Größe ändert sich automatisch mit.



	Personen	≙		Kartoffeln in Kg	≙		Anzahl der Tage	
	3	≙		25	≙		50	
: 3	1	≙		25	≙		150	* 3
* 4	4	≙		25	≙		37,5	: 4
	4	≙	: 25	1	≙		1,5	:25
	4	≙	*40	40	≙		60	*40

Antwort: 40 Kilo Kartoffeln reichen 4 Personen 60 Tage lang.

Ansatz und Schreibweise als Bruch

$3 \triangleq 25 \triangleq 50$ Berechnung entsprechend der Proportionalitäten
 $4 \triangleq 40 \triangleq X$

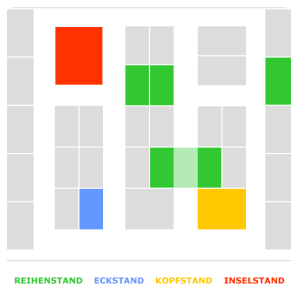
$$X = \frac{50 \cdot 40 \cdot 3}{4 \cdot 25}$$



Rechenweg

Achtung! Die Zahl über X wird immer auf den Bruchstrich geschrieben. Dann werden die Verhältnisse entsprechend ihrer Proportionalität im Zähler und Nenner untergebracht.

Übungen



- ③ Drei Messebauer können an einem neunstündigen Arbeitstag acht Messestände aufbauen.

- Wieviele Messebauer muss die Firma einsetzen, wenn 26 Messestände in 10 Stunden aufgebaut werden sollen?
- Wieviele Überstunden müssen sieben Messebauer machen wenn sie 19 Stände aufbauen sollen?
- Einer der Messebauer wird krank, wieviele Stände schaffen seine Kollegen nun noch an einem verkürzten Arbeitstag (7 Stunden)?

Der unterbrochene Dreisatz

Der unterbrochene Dreisatz ist eine Sonderform der Dreisatzrechnung bei der sich eine oder mehrere Bedingungen während der Berechnung ändern. Deshalb kann er nicht komplett durchgerechnet sondern muss in einzelnen Schritten berechnet werden.

Lösung eines unterbrochenen Dreisatzes

Vier Bagger heben die Baugrube eines Neubaus in 14 Tagen aus. Nach sieben Tagen wird ein weiterer Bagger eingesetzt. Wie lange dauert die Arbeit nun noch.

1. Um die Aufgabe zu lösen, betrachten wir das Ausgangsverhältnis:

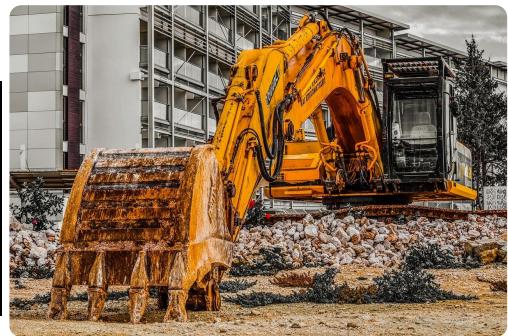
4 Bagger $\hat{=}$ 14 Tagen

2. Nun wird die bereits geleistete Arbeitszeit abgezogen (- 7 Tage)

4 Bagger $\hat{=}$ 7 Tagen

3. Jetzt kann ein normaler Dreisatz aufgestellt werden.

	Anzahl Bagger	$\hat{=}$	Zeit in Tagen	
	4	$\hat{=}$	7	
: 4	1	$\hat{=}$	28	* 4
* 5	5	$\hat{=}$	5,6	: 5



Lösung: Die Arbeit dauert noch 5,6 Tage.

Ansatz und Schreibweise als Bruch

4 Bagger $\hat{=}$ 14 Tagen

- 7 Tage

4 Bagger $\hat{=}$ 7 Tagen

4 $\hat{=}$ 7 Berechnung in gerader Line, da es sich um
5 $\hat{=}$ X einen antiproportionalen Dreisatz handelt.

$$X = \frac{4 \cdot 7}{5}$$

Alternative Fragestellung: Auf welche Zeit verkürzt sich die Arbeitszeit?

Berechnung: Bereits geleistete Arbeitszeit + berechnete Arbeitszeit

Lösung: Die Arbeitszeit verkürzt sich hierdurch auf 12,6 Tage. (7 Tage + 5,6 Tage)

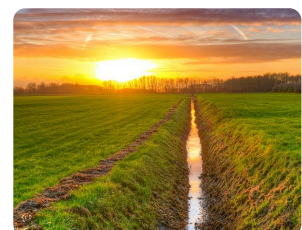
Alternative Fragestellung: Wie stark verkürzt sich die Arbeitszeit durch den Einsatz des weiteren Baggers?

Berechnung: Geplante Arbeitszeit - neue Arbeitszeit gesamt

Lösung: Die Arbeitszeit verkürzt sich um 1,4 Tage. (14 Tage - 12,6 Tage)

④ Fünf Pumpen leeren einen Graben in 6 Stunden. Nach zwei Stunden fällt eine Pumpe aus.

- Wie lange dauert das Auspumpen nun noch?
- Um welche Zeit verlängert sich das Auspumpen?
- Wie lange dauert das Auspumpen insgesamt?



Lösungen

1. Ein Auto verbraucht auf 485 Kilometer 58,2 Liter Benzin.

- Wieviele Liter braucht es auf 100 Kilometer
- Für welche Strecke reicht eine Resttankfüllung von 27 Litern

	Strecke in km	$\hat{=}$	Benzin in L	
	485	$\hat{=}$	58,2	
: 485	1	$\hat{=}$	0,12	: 485
* 100	100	$\hat{=}$	12	* 100

Antwort: Das Auto verbraucht 12 Liter auf 100 Kilometer.

	Benzin in L	$\hat{=}$	Strecke in km	
	58,2	$\hat{=}$	485	
: 58,2	1	$\hat{=}$	8,33	: 58,2
* 27	27	$\hat{=}$	225	* 27

Antwort: Das Auto kann noch 225 Kilometer fahren.

2. Als Projektarbeit wollen 10 Schüler in 14 Tagen den Schulgarten neu anlegen.

- Zwei Schüler werden überraschend krank. Wie lange dauert die Arbeit jetzt?
- Sechs Schüler der Parallelklasse erklären sich bereit mitzuhelfen. Welche Änderung der Arbeitszeit ergibt sich hierdurch?

	Schüler	$\hat{=}$	Tage	
	10	$\hat{=}$	14	
: 10	1	$\hat{=}$	140	* 10
* 8	8	$\hat{=}$	17,5	: 8

Antwort: Die Arbeit dauert 17,5 Tage.

	Schüler	$\hat{=}$	Tage	
	10	$\hat{=}$	14	
: 10	1	$\hat{=}$	140	* 10
* 14	12	$\hat{=}$	14	: 14

Antwort: Die Arbeit kann dann in 14 Tagen geschafft werden. / Es ergibt sich keine zeitliche Änderung

3. Drei Messebauer können an einem neunstündigen Arbeitstag acht Messestände aufbauen.

- Wieviele Messebauer muss die Firma einsetzen, wenn 26 Messestände in 10 Stunden aufgebaut werden sollen?
- Wieviele Überstunden müssen sieben Messebauer machen wenn sie 19 Stände aufbauen sollen?
- Einer der Messebauer wird krank, wieviele Stände schaffen seine Kollegen nun noch an einem verkürzten Arbeitstag (7 Stunden) ?

	Messebauer	≙		Arbeitsstunden		≙		Messestände	
	3	≙		9		≙		8	
	3	≙	: 9	1		≙		0,88	: 9
	3	≙	* 10	10		≙		8,8	* 10
: 8,8	0,34	≙		10		≙		1	: 8,8
* 26	8,84	≙		10		≙		26	* 26

Antwort: Die Firma muss 9 Messebauer einsetzen. (aufrunden)

	Messebauer	≙		Arbeitsstunden		≙		Messestände	
	3	≙		9		≙		8	
: 3	1	≙		9		≙		2,66	: 3
* 7	7	≙		9		≙		18,62	* 7
	7	≙	: 18,62	0,48		≙		1	: 18,62
	7	≙	* 26	12,48		≙		26	* 26

Antwort: Die Messebauer müssen 3,48 Überstunden leisten. (3 Stunden, 28 Minuten u. 3 Sekunden)

	Messebauer	≙		Arbeitsstunden		≙		Messestände	
	3	≙		9		≙		8	
	3	≙	: 9	1		≙		0,88	: 9
	3	≙	* 7	7		≙		6,16	* 7
: 3	1	≙		7		≙		2,05	: 3
* 2	2	≙		7		≙		4,10	* 2

Antwort: Die Messebauer können noch 4 Stände aufbauen. (abrunden)

4. Fünf Pumpen leeren einen Graben in 6 Stunden. Nach zwei Stunden fällt eine Pumpe aus.

- Wie lange dauert das Auspumpen nun noch?
- Um welche Zeit verlängert sich das Auspumpen?
- Wie lange dauert das Auspumpen insgesamt?

Vorüberlegung: Ausgangsverhältnis: 5 Pumpen $\hat{=}$ 6 h

- 2h bis zum Ausfall

=> 5 Pumpen $\hat{=}$ 4 h

	Pumpen	h	$\hat{=}$	
	5	4	$\hat{=}$	
: 5	1	20	$\hat{=}$	* 5
* 4	4	5	$\hat{=}$	: 4

Antwort: Das Auspumpen dauert noch 5 Stunden.

Antwort: Die Pumpzeit verlängert sich um 1 Stunde. *(Geleistete Arbeitszeit + Restzeit) - Geplante Zeit*
 $(2 + 5) - 6$

Antwort: Das Auspumpen dauert 7 Stunden. *(Geleistete Zeit + Restzeit)*