

Der Topf voller Gold

Marie macht derzeit ein Auslandssemester in Irland. Bevor sie dort hingeflogen ist hat sie sich gründlich über die Kultur in Irland informiert. Dabei ist sie unter anderem auf eine Sage gestoßen. In Irland leben die sogenannten Leprachauns, hier zu Lande würden wir sie als kleine Kobolde bezeichnen. Die Leprachauns sind ein sehr eigentümliches Völkchen und lassen sich nur sehr selten blicken. Allerdings besitzen sie auch einen enormen Reichtum in Form von Gold. Marie hat gelesen, dass man den Schatz eines Leprachauns nur zu einem bestimmten Ereignis finden kann und zwar dann wenn es regnet und gleichzeitig die Sonne scheint. Der Regenbogen, der dadurch entsteht, verweist auf den Schatz eines Leprachauns.

Marie ist erst eine Woche in Irland, als sie heute nachmittag bemerkt das ein Regenbogen am Himmel steht. Sie ist ganz aufgeregt und will unbedingt die Orte finden an denen der Regenbogen den Boden berührt. Ihre Augen strahlen schon genauso sehr wie das Gold, doch als ihr einfällt das sie keine Idee hat wie man den Ort bestimmen kann wird sie ganz traurig.

Helfen Sie Marie die Standorte des Goldes zu ermitteln.



- ① Die Kurve des Regenbogens kann annähernd als parabelförmig bezeichnet werden.

$$f(x) = -0,4x^2 + 3,6$$

kann als Funktion angenommen werden die den Regenbogen beschreibt.
Bestimmen Sie die Punkte an denen der Regenbogen den Boden berührt (Nullstellen) zeichnerisch, indem Sie die Funktion in ein passendes Koordinatensystem einzeichnen.

Nullstellenberechnung



Rechenweg $f(x) = ax^2 + c$

Die Gleichung kann null gesetzt werden und durch umformen + Wurzel ziehen zu einer Lösung kommen, sofern nicht aus einer negativen Zahl die Wurzel gezogen wird.

Beispiel

$$f(x) = -0,4x^2 + 3,6$$

nullsetzen

$$0 = -0,4x^2 + 3,6 \quad | - 3,6$$

$$-3,6 = -0,4x^2 \quad | \div (-0,4)$$

$$9 = x^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -3$$



Satz vom Nullprodukt

Ein Produkt wird genau dann null, wenn mindestens einer der Faktoren null wird.

$$f(x) = x^2 - 3x$$

nullsetzen

$$0 = x^2 - 3x \quad | x \text{ ausklammern}$$

$$0 = x(x - 3)$$

$$x_1 = 0$$

$$0 = x - 3 \quad | + 3$$

$$x_2 = 3$$



Erläuterung

Die erste Nullstelle befindet sich bei $x=0$, da der 1. Faktor außerhalb der Klammer nur null wird wenn $x=0$ ist. Für die zweite Nullstelle lässt sich der 2. Faktor in der Klammer null setzen und nach x auflösen. So erhält man $x=3$

Übungsaufgaben

- ① Berechnen Sie die Nullstellen für die folgenden Funktionen. Wenden Sie dafür das passende Verfahren an.

$$f_1(x) = -x^2 + 3x$$

$$f_2(x) = x^2 - 4,5$$

$$f_3(x) = x^2 - 4,5x$$

$$f_4(x) = 2x^2 + 2x$$

$$f_5(x) = 3x^2 - 7$$

$$f_6(x) = 1,5x^2 + 2$$

$$f_7(x) = -6 - 0,5x^2$$

$$f_8(x) = 0,1x^2 + x$$