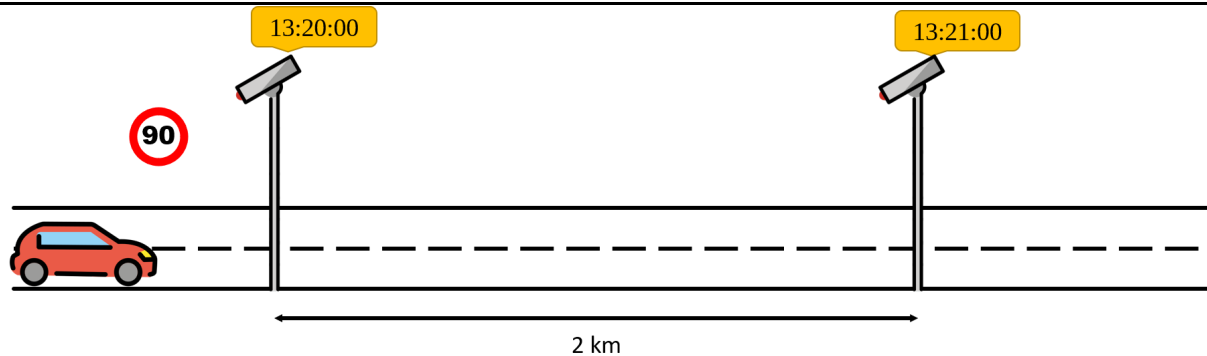


Achtung Kontrolle!

Einstieg



Zur Geschwindigkeitskontrolle werden teilweise so genannte Abschnittskontrollen durchgeführt. Dabei wird an zwei Punkten einer Strecke die Zeit gemessen, zu der ein Fahrzeug diesen Punkt passiert.

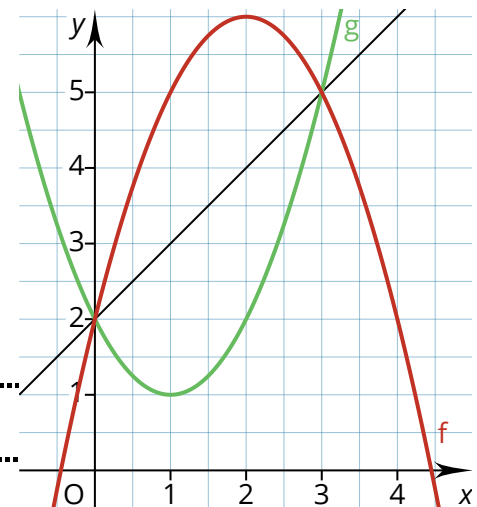
- Erklären Sie, wie man mit Hilfe eines solchen Aufbaus Geschwindigkeitsüberschreitungen nachweisen kann.
- Wann kann eine Geschwindigkeitsüberschreitung auf diese Weise nicht gemessen werden?
- Wie könnte die Anlage angepasst werden um Geschwindigkeitsüberschreitungen genauer messen zu können?

Übertragung

Übertragen Sie die Überlegungen aus dem Einstieg nun auf die Situation an den abgebildeten Graphen.

Problem: Die Änderungsrate auf dem Intervall ist für beide Graphen gleich, nämlich . Sie beschreibt den tatsächlichen Verlauf der Graphen also nur ungenau.

Idee:



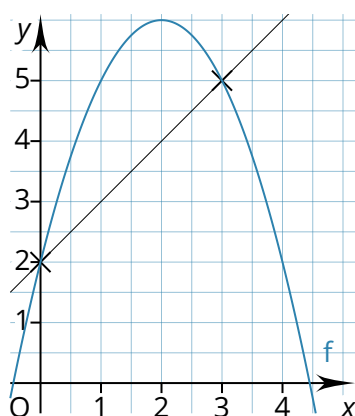
Ihre Überlegungen können Sie mit dem folgenden Video überprüfen:
<https://vimeo.com/469664091>



Merke: Ableitung

Häufig will man beschreiben, wie sich eine Funktion f an einer bestimmten Stelle x_0 verändert. Diese **momentane Änderung** heißt **Ableitung** $f'(x_0)$ (sprich „ f Strich von x_0 “). Um sich der Ableitung zu nähern, kann man den Differenzenquotienten auf immer engeren Intervallen bilden.

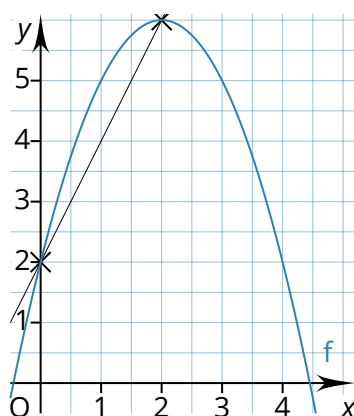
Bsp.: Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = -x^2 + 4x + 2$. Gesucht ist die Ableitung der Funktion f an der Stelle 0, kurz $f'(0)$. Wir bilden nun den Differenzenquotienten auf verschiedenen Intervallen $[0; x_1]$, wobei x_1 immer näher an 0 rücken soll.



$$x_1 = 3$$

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0}$$

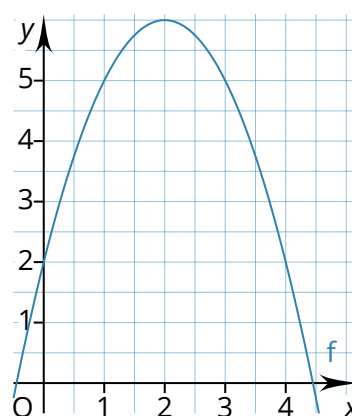
$$= \frac{5 - 2}{3 - 0} = 1$$



$$x_1 = 2$$

$$\frac{f(\quad) - f(0)}{\quad - 0}$$

$$= \frac{\quad - 2}{\quad - 0} = 1$$



$$x_1 = 1$$

$$\frac{\quad - f(0)}{\quad - 0}$$

$$= \quad = \quad$$

In einer Tabelle kann man Werte für noch kleinere Intervalle zusammenstellen:

x_1	$x_1 - 0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(0)$	$\frac{f(x_1) - f(0)}{x_1 - 0}$
1	1-0=1	5	5-2=3	3:1=3
0,1				
0,01				
0,001				

Vermutung: Wenn die Tabelle immer weiter fortgeführt werden würde, rückt der berechnete Differenzenquotient immer näher an $\quad$.

Mathematisch: Für $x_1 \rightarrow 0$ gilt $\frac{f(x_1) - f(0)}{x_1 - 0} \rightarrow \quad$

- ① Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3$ für $x_0 = 0$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ② Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3$ für $x_0 = 1$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ③ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3$ für $x_0 = 2$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ④ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3$ für $x_0 = -1$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑤ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^3$ für $x_0 = -2$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑥ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2$ für $x_0 = 0$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑦ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2$ für $x_0 = 1$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑧ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2$ für $x_0 = 2$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑨ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2$ für $x_0 = -1$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑩ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2$ für $x_0 = -2$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑪ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 0,5x^2$ für $x_0 = 0$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑫ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 0,5x^2$ für $x_0 = 1$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

⑬ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 0,5x^2$ für $x_0 = 2$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

⑭ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 0,5x^2$ für $x_0 = -1$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

⑮ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 0,5x^2$ für $x_0 = -2$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

⑯ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 + 1$ für $x_0 = 0$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑰ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 + 1$ für $x_0 = 1$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑱ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 + 1$ für $x_0 = 2$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑲ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 + 1$ für $x_0 = -1$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$

- ⑳ Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 + 1$ für $x_0 = -2$.

x_1	$x_1 - x_0$	$f(x_1)$	$f(x_1) - f(x_0)$	$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
	0,1			
	0,01			
	0,001			

$$\Rightarrow f'(x_0) =$$