

Darstellungsformen von Ebenengleichungen

🔗① **Fülle** den Lückentext **aus**.

Um eine Ebenengleichung anzugeben, gibt es drei Darstellungsmöglichkeiten, diese sind die -form, -form und -form.

Zum Aufstellen der -form benötigt man einen

-vektor und zwei .

vektoren, während für die -form nur ein Ortsvektor bzw. Punkt der

Ebene sowie der -vektor benötigt wird. Dieser Vektor zeichnet sich da-

durch aus, dass er immer auf der Ebene steht. Die

-form erhält man durch Umformung aus den anderen beiden

Darstellungsformen. Um sie aus der Parameterform zu gewinnen, muss zunächst der

bestimmt werden, indem man das

der beiden Richtungsvektoren berechnet. Anschließend setzt

man die Komponenten des Normalenvektors als a, b, c

sowie die Koordinaten x, y, z des Ortsvektors in die allgemeine lineare Gleichung

ein und bestimmt d .

🔗② **Sortiere** die Rechenschritte bei der Umformung der Parameterform in die Koordinatenform in der richtigen Reihenfolge. (1-5)

☐ Gleichung nach d auflösen

☐ Normalenvektor über Kreuzprodukt der Richtungsvektoren bestimmen

☐ Komponenten des Normalenvektors in allgemeine lineare Gleichung einsetzen

☐ d in Koordinatenform einsetzen

☐ Stützvektorkoordinaten in Gleichung einsetzen

③ Gegeben sind die Punkte $A(2|1|-3)$, $B(0|3|1)$ und $C(3|1|-5)$.

a) Die Punkte A , B und C liegen in einer Ebene mit der Parametergleichung

$$E: \vec{x} = A + r \cdot \vec{AB} + s \cdot \vec{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ 0 \\ z_2 \end{pmatrix}.$$

Gib die Werte der fehlenden Koordinaten der Ebenengleichung **an**:

$$y_1 = \square; z_1 = \square; x_2 = \square; z_2 = \square$$

b) Wandle die Ebenengleichung in die Normal- und in die Koordinatenform um.

Ergänze dazu die fehlenden Lücken.

$$E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = 0; \quad E: ax + by + cz = -2$$

$$p_2 = \square; p_3 = \square; n_2 = \square; n_3 = \square; \quad a = \square; b = \square; c = \square$$

④ Gegeben ist eine Ebene E mit $E: 2x + 3y + 8z = 12$.

Kreuze jeweils die richtigen Aussagen **an**:

Der Koordinatenursprung und die Spurpunkte (Achsenschnittpunkte) ergeben...

Das Volumen des entstandenen Körpers beträgt...

☐ ...einen Würfel.

☐ ...3 VE.

☐ ...ein Dreieck.

☐ ...6 VE.

☐ ...eine quadratische Pyramide.

☐ ...8 VE.

☐ ...eine schiefe dreiseitige Pyramide.

☐ ...12 VE.

☐ ...ein Quadrat.

☐ ...24 VE.

⑤ Gegeben ist eine Ebene E in Parameterform durch

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

a) Wie kann man die Ebene in Parameterform begrenzen, sodass sie ein Parallelogramm ergibt? **Ergänze** dazu die Lücken in der folgenden Beschreibung:

Die Koeffizienten $\square$ und $\square$ müssen $\square$ werden, um die Ausdehnung der Ebene auf ein Parallelogramm zu begrenzen. Dazu müssen die Koeffizienten in einem Intervall $[\square, \square]$ mit $k \in \mathbb{R}$ liegen.

b) Es sollen nun r im Intervall $[0, m]$ und s im Intervall $[0, 1]$ liegen. **Bestimme** den Wert für m so, dass das Parallelogramm einen Flächeninhalt von 10 FE hat.

$$m = \square$$

Lagebeziehungen von Ebenen

⑥ Öffne die Geogebra-Datei mithilfe des nebenstehenden QR-Codes.



t1p.de/mqerv

a) **Gib** die Komponenten des Normalenvektors der Ebene **an**.

$$n_1 = \square; n_2 = \square; n_3 = \square$$

b) **Stelle** mithilfe der Eingabefelder die Koeffizienten der Gerade g so ein, dass sie **parallel** zur Ebene ist.

c) **Ergänze** die fehlenden Wörter:

Damit die Gerade zur Ebene ist bzw. in der Ebene liegt, muss der Richtungsvektor der Geraden auf dem Normalenvektor der Ebene sein. Rechnerisch bedeutet das, dass das -produkt von beiden Vektoren gleich ergibt.

d) **Überprüfe** das Lageverhalten der Geraden $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit

der Ebene. **Kreuze danach** die richtige Aussage **an**:

- ☐ Die Gerade liegt in der Ebene.
☐ Die Gerade ist parallel zur Ebene.
☐ Die Gerade schneidet die Ebene.

⑦ Gib jeweils die Schnittpunkte der Ebenen mit den Koordinatenachsen **an**.

a) $E_1 : 7x + 6y - 3z = 42$

$$P_x(\square | 0 | 0), P_y(\square | \square | \square), P_z(\square | \square | \square)$$

b) $E_2 : 3,5y - 4,5z = 31,5$

$$P_x(\square | \square | \square), P_y(\square | \square | \square), P_z(\square | \square | \square)$$

c) $E_3 : z = x - 4$

$$P_x(\square | \square | \square), P_y(\square | \square | \square), P_z(\square | \square | \square)$$



Falls ein Schnittpunkt nicht existiert, trage jeweils „-“ in das Kästchen ein.

⑧ Löse die Multiple-Choice Fragen.

💡 Bei Multiple-Choice Fragen können mehrere Antworten richtig sein 😊.

Welche der folgenden Ebenen ist/sind parallel zur $x - z$ -Ebene?

- ☐ $x = 1$
☐ $y = 1$
☐ $z = 1$
☐ $x + z = 1$
☐ $2x - y = -2 + 2x$

Welche Punkte liegen auf der Ebene $E : 2x + 3y + 4z = 12$?

- ☐ $A(1|2|3)$
☐ $B(0|0|3)$
☐ $C(-4|4|2)$
☐ $D(1|-3|5)$
☐ $E(11|-5|1)$

Die Schnittmenge zweier Ebenen kann...

- ☐ leer sein.
☐ eine Gerade sein.
☐ eine Gerade und eine Ebene sein.
☐ ein Punkt sein.
☐ eine Ebene sein

Welche Vektoren sind Normalenvektoren der Ebene $E : 6x - 3y + 15z = 3$?

- ☐ $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 15 \end{pmatrix}$
☐ $\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 15 \end{pmatrix}$
☐ $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$
☐ $\begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/4 \\ -5/4 \end{pmatrix}$

Welche der folgenden Ebenen schneiden die Ebene $x + y + z = 1$ in genau einer Geraden?

- ☐ $2x + 2y + 2z = 2$
☐ $3x + 3y + 3z = 9$
☐ $x - y - z = 1$
☐ $x + y + z = 1$
☐ $x + 2y + z = 1$

Es sei $E_1 : -3x + 6y = 12$. Für welchen Wert von k steht die Ebene

$E_2 : 5x - ky + 10z = 8$ senkrecht auf E_1 ?

- ☐ $k = 2$
☐ $k = 2,5$
☐ $k = -2,5$
☐ $k = 1,5$

Die Schnittmenge dreier Ebenen kann...

- ☐ drei Geraden sein.
☐ eine Gerade sein.
☐ leer sein.
☐ ein Punkt sein.
☐ zwei Geraden sein.

Welche der folgenden Ebenen liegen parallel zur Geraden

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ?$$

- ☐ $y = 0$
☐ $z = 0$
☐ $x = 0$
☐ $y = 1$
☐ $x + z = 0$