Extremwerte quadratische Terme

Minimun

Wenn **$a > 0$** ist, besitzen Terme der Form **$a (x - m)^2 + n$** ein **Minimum n** für $x = m$.

Man schreibt **$T_{min} = n$** für $x = m$ ($a \in \mathbb{Q}^+$; $m, n, x \in \mathbb{Q}$)

Maximun

Wenn **$a < 0$** ist, besitzen Terme der Form **$a (x - m)^2 + n$** ein **Maximum n** für $x = m$.

Man schreibt **$T_{min} = n$** für $x = m$ ($a \in \mathbb{Q}^+$; $m, n, x \in \mathbb{Q}$)

1. Bestimme die Extremwerte der folgenden Terme. Gib die zugehörige Belegung von x an. Überprüfe es mit dem Taschenrechner.

a) $T(x) = -7(x+6)^2 + 9$ | T ___ = ___ x = ___

b) $T(x) = -7(x+7)^2 + 5$ | T ___ = ___ x = ___

c) $T(x) = -8(x+2)^2 + 9$ | T ___ = ___ x = ___

d) $T(x) = 5(x-8)^2 - 9$ | T ___ = ___ x = ___

e) $T(x) = -3(x+7)^2 + 6$ | T ___ = ___ x = ___

f) $T(x) = -4(x+7)^2 + 7$ | T ___ = ___ x = ___

g) $T(x) = -5(x+8)^2 + 9$ | T ___ = ___ x = ___

h) $T(x) = 7(x-8)^2 - 5$ | T ___ = ___ x = ___

i) $T(x) = -8(x-4)^2 + 2$ | T ___ = ___ x = ___

j) $T(x) = -8(x+5)^2 + 3$ | T ___ = ___ x = ___

2 Finde einen passenden Term

a) $T_{max} = -3 \mid x = 9$
b) $T_{max} = -8 \mid x = 4$
c) $T_{max} = 3 \mid x = 6$
d) $T_{max} = -4 \mid x = 0$
e) $T_{max} = -10 \mid x = 4$
f) $T_{min} = -1 \mid x = 7$
g) $T_{min} = -5 \mid x = 2$
h) $T_{max} = 7 \mid x = -1$
i) $T_{max} = 3 \mid x = 7$
j) $T_{max} = 2 \mid x = 2$

Quadratische Ergänzung

Um die Parabel einer quadratischen Funktion **ohne Wertetabelle** konstruieren zu können und die **Extremwerte** zu lesen, brauchen wir die **Scheitelpunktform** $f(x) = a(x - b)^2 + c$.

Ist die quadratische Funktion jedoch nur in ihrer **allgemeinen Form** $f(x) = ux^2 + vx + w$ gegeben, müssen sie wir erst umformen.

Dies schaffen wir mithilfe der **quadratischen Ergänzung**.

Chloe bekommt folgende quadratische Funktion **f (x) = x² + 6x + 10**. Sie hat folgenden Lösungsweg ausgedacht.

Sie geht folgende Schritte so vor:

$f(x) = x^2 - 6x \qquad + 10$

$f(x) = x^2 - 2 \cdot 3\,x \qquad + 10$ Vergleich mit **a**² -2 **ab** + b²

$f(x) = x^2 - 2 \cdot 3\,x + 3^2 - 3^2 + 10$ Addiere zu dem Term **3**² dazu, damit der Term sich nicht verändert, muss 3² abzogen werden.

$f(x) = (x^2 - 2 \cdot 3\,x + 3^2) - 9 + 10$ Wende **a**² -2 **ab** + **b**² an

$f(x) = (x - 3)^2 \qquad + 1$ Fasse es zu (**a** - **b**)² zusammen.

$T_{min} = 1$ für $x = 3$

Tim bekommt folgende quadratische Funktion
$f(x) = 2x^2 + 4x + 2$. Er hat folgenden Lösungsweg ausgedacht.
Sie geht folgende Schritte so vor:

$f(x) = 2x^2 + 4x \qquad + 2$

$f(x) = \mathbf{2}(x^2 + 2x) \qquad + 2$ Klammere die **2** aus dem **x** Term aus

$f(x) = \mathbf{2}(x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x) \qquad + 2$ Vergleich mit **a**² +2 **ab** + b²

$f(x) = \mathbf{2}(x^2 + 2 \cdot 1\, x + 1^2 - 1^2) + 2$ Addiere zu dem Term **1**² dazu, damit der Term sich nicht verändert, muss 1² abzogen werden.

$f(x) = \mathbf{2}(x^2 + 2 \cdot 1\, x + 1^2) - 2 + 2$ Wende **a**² +2 **ab** + **b**² an pass auf das - 1² noch mit **2** multilpliziert werden muss.

$f(x) = (x + 1)^2$ Fasse es zu (**a** - **b**)² zusammen.

$T_{min} = 2$ für $x = -1$

③ Berechne!

a) $x^2 + 4\,x + 19 =$

c) $x^2 + 14\,x + 5 =$

b) $x^2 + 12\,x + 5 =$

d) $x^2 + 12\,x + 4 =$

Berechne!

$0{,}9 \cdot x^2 + 7{,}2\,x + 18 =$

$1{,}9 \cdot x^2 + 30{,}4\,x + 5 =$

$1{,}2 \cdot x^2 + 14{,}4\,x + 20 =$

$-0{,}4 \cdot x^2 + -6{,}4\,x + 15 =$