

Lineare Gleichungssysteme - Das Gleichsetzungsverfahren

① Bestimmen Sie den Wert der einzelnen Früchte.

a)

$$\text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple} = 30$$

$$\text{Apple} + \text{Banana} + \text{Banana} = 16$$

$$\text{Banana} - \text{Coconut} = 2$$

$$\text{Coconut} + \text{Apple} + \text{Banana} = ?$$

b)

$$4 \text{ Apple} + 3 \text{ Banana} = 2$$

$$3 \text{ Apple} + 1 \text{ Banana} = -1$$

② Beantworten Sie die folgenden Fragen stichwortartig.

- Wie sind Sie bei der Lösung der Aufgaben vorgegangen?
- Wie unterscheiden sich die erste und zweite Aufgabe voneinander?



Lineare Gleichungssysteme

Lineare Gleichungen beinhalten mindestens eine Variable, das heißt eine Zahl, deren Wert unbekannt ist. Ziel ist es, eben diesen Wert herauszufinden und die Gleichung zu lösen.

Ein lineares Gleichungssystem setzt sich aus mehreren linearen Gleichungen mit gemeinsamen Variablen zusammen. Um ein lineares Gleichungssystem eindeutig lösen zu können, braucht man mindestens ebenso viele Gleichungen wie Unbekannte.

Beispielaufgabe:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$$



Lösungsverfahren: Gleichsetzungsverfahren

Ein lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen wird mit dem Gleichsetzungsverfahren in folgenden Schritten gelöst:

1. Es werden beide lineare Gleichungen nach derselben Variablen aufgelöst.
2. Die erhaltenen Terme werden gleichgesetzt.
3. Die so entstandene lineare Gleichung mit nur einer Variablen wird gelöst.
4. Die erhaltene Lösung wird in eine der beiden Ausgangsgleichungen eingesetzt und die Gleichung gelöst.
5. Mit beiden Gleichungen wird die Probe ausgeführt.

$$\text{I } 4x + 3y = 2 \quad | -4x$$

$$\text{II } 3x + y = -1 \quad | -3x$$

$$\text{I } 3y = 2 - 4x \quad | :3$$

$$\text{II } y = -1 - 3x$$

$$\text{I } y = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}x$$

$$\text{II } y = -1 - 3x \quad | \text{Gleichsetzen}$$

$$\text{III } \frac{2}{3} - \frac{4}{3}x = -1 - 3x \quad | \cdot 3$$

$$2 - 4x = -3 - 9x \quad | +5x$$

$$2 + 5x = -3 \quad | -2$$

$$5x = -5 \quad | :5$$

$$x = -1$$

$$\text{II einsetzen } \text{II } 3 \cdot (-1) + y = -1$$

$$-3 + y = -1 \quad | +3$$

$$y = 2$$

**Probe**

Um die Lösung zu überprüfen, werden die Lösungen in die ursprünglichen Gleichungen eingesetzt und überprüft. Falls die errechneten Ergebnisse die Gleichungen zu einer wahren Aussage führt, sind die Ergebnisse richtig.

Probe

$$\text{I } 4 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 2$$

$$\text{II } 3 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 = -1$$

$$\text{I } -4 + 6 = 2$$

$$\text{II } -3 + 2 = -1$$

$$\text{I } 2 = 2$$

$$\text{II } -1 = -1$$

W

$\Rightarrow$ Wahre Aussage

- ③ Lösen Sie die folgenden Aufgaben schriftlich und überprüfen Sie ihr Ergebnis.

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x + y = 13 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ 5x + 4y = 9 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 = -1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} -5u + 2v = -1 \\ 6u - v = 2 \end{cases}$$

Lösungen - Gleichsetzungsverfahren

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{7} \\ \frac{4}{7} \end{pmatrix}$

Reserve

e) $\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} a + 2b = 5 \\ -a + 3b = 3 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 3x + 3y = 5 \end{cases}$

h) $\begin{cases} a + 2b = 3 \\ 2a + 4b = 5 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$

j) $\begin{cases} -2a + b = 3 \\ 3a - b = 4 \end{cases}$

k) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 3x + 4y = -3 \end{cases}$

l) $\begin{cases} -3a - 2b = 0 \\ a + 4b = 1 \end{cases}$

e) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{8}{5} \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$

h) $L = \{\}$

i) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} \\ -\frac{13}{6} \end{pmatrix}$

j) $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 17 \end{pmatrix}$

k) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$

l) $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{10} \end{pmatrix}$