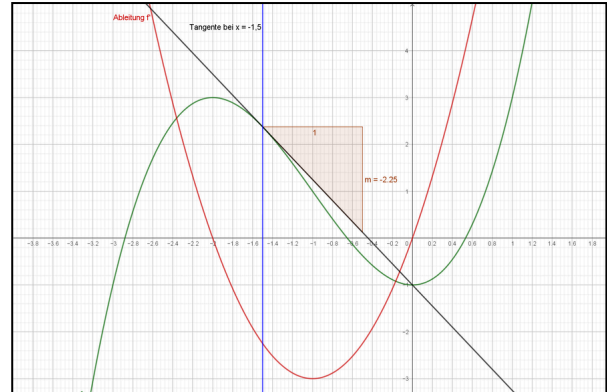


## Ableitungsbegriffe

**Ableitung:** Die **Ableitung** einer Funktion an einem bestimmten Punkt gibt die Steigung (Änderungsrate) dieser Funktion an diesem Punkt an. Sie liefert wesentliche Informationen darüber, wie sich die Funktion in der Nähe dieses Punktes verhält. Die Ableitung wird häufig als Grenzwert des Quotienten von Veränderung in der Funktionsausgabe und Veränderung in der Funktionsvariable definiert (Differenzialquotient). Mathematisch wird die Ableitung einer Funktion  **$f'(x)$  geschrieben.**



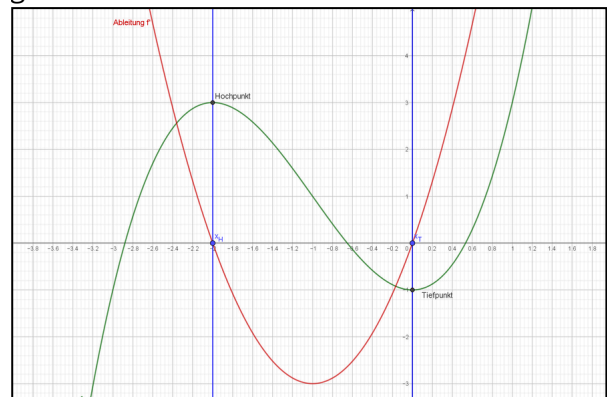
Graph der Funktion  $f$  mit Beispiel einer Tangente  $a$

**Extrempunkte (Extrema):** **Extrempunkte** (Extrema) sind lokale oder globale Hoch- und Tiefpunkte.

**Lokale Extrema** sind Extrempunkte in einem Intervall.

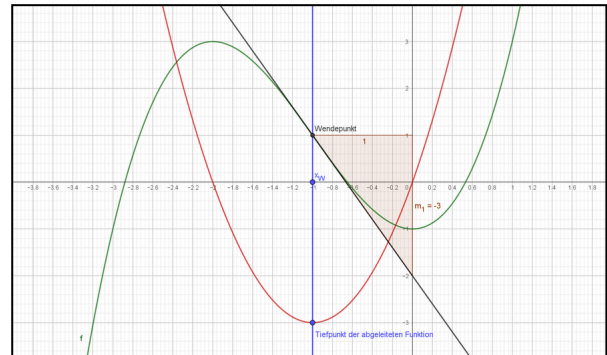
**Globale Extrema** sind Extrempunkte des gesamten Definitionsbereiches.

An Extremstellen ist die Steigung der Tangenten gleich Null. Die abgeleitete Funktion hat dort eine Nullstelle.



Extrempunkte der Funktion  $f$ .

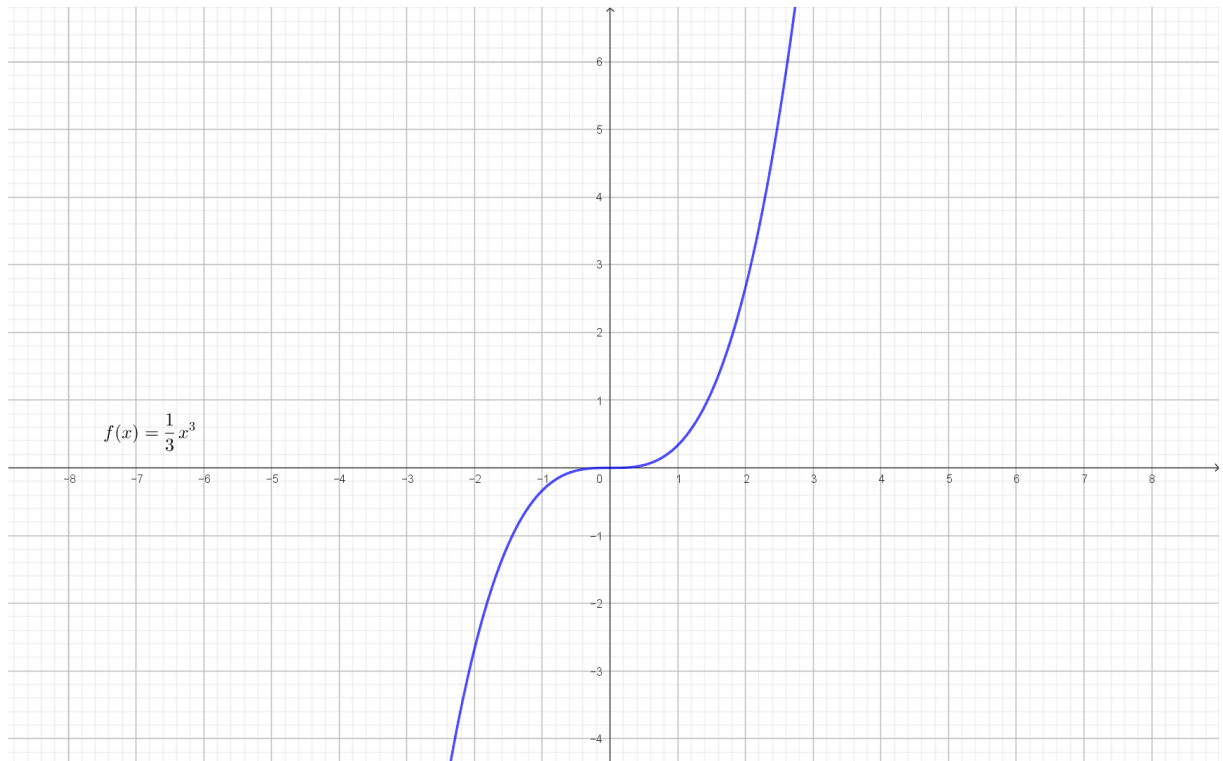
**Wendepunkte:** Der **Wendepunkt** ist also ein Punkt, an dem die Funktion lokal ein kein Extrema hat, sondern einen Punkt, an dem die Richtung der Krümmung ändert. Graphisch betrachtet ist es der Punkt, an dem die Funktion ihre rechts- oder linksgekrümmte Form umkehrt.



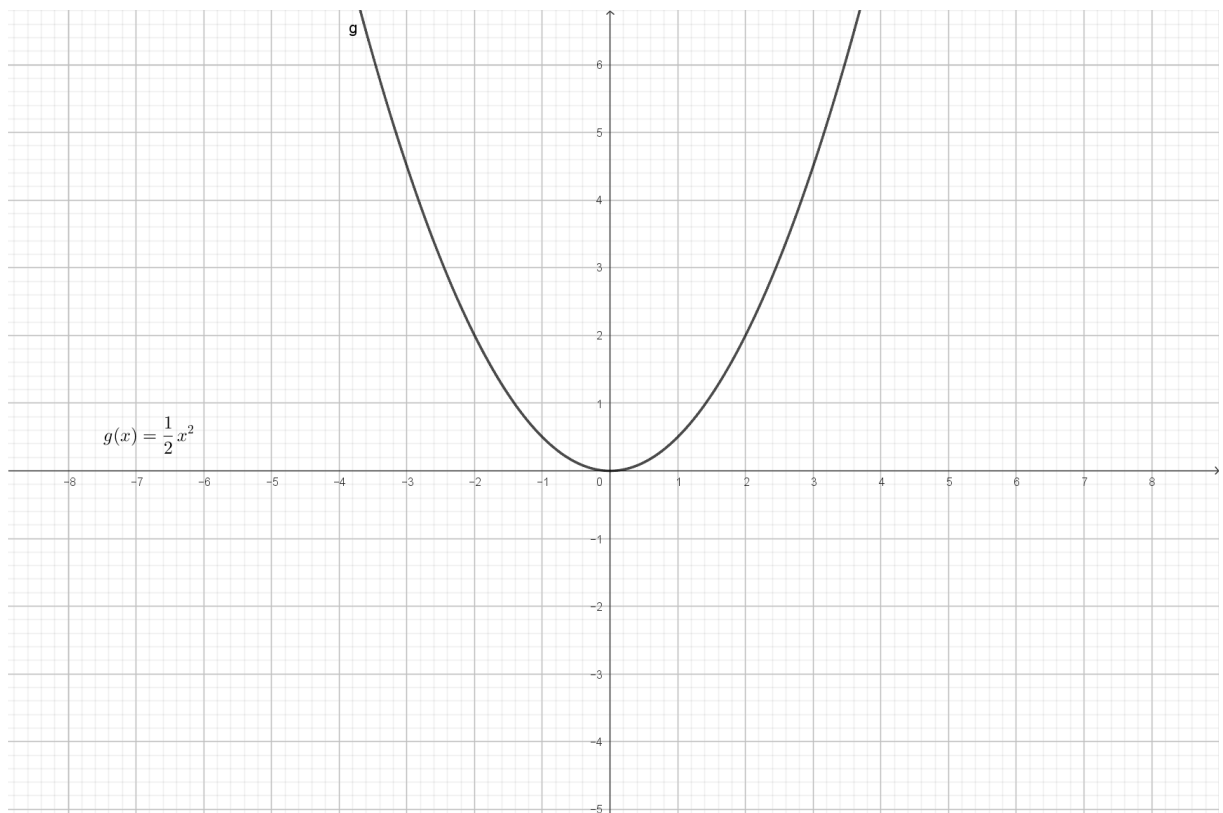
Wendepunkt der Funktion  $f$  mit Tangente am Wendepunkt und Steigungsdreieck.

Platz für eigene Notizen:

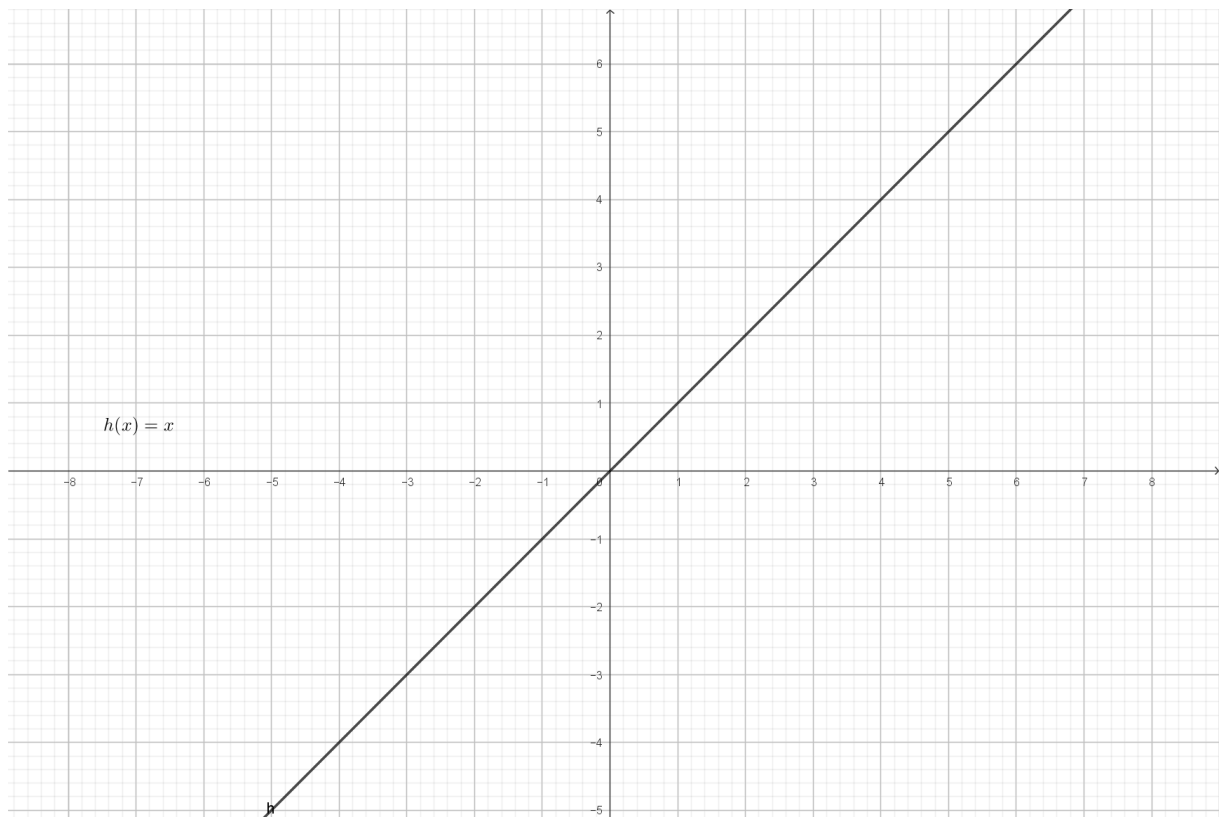
- ① Zeichne den Graphen  $f'$ , der an jeder Stelle  $x$  die Steigung von  $f(x)$  als  $f'(x)$  abbildet in dasselbe Koordinatensystem. (Ableitungsgraph von  $f$  zeichnen)



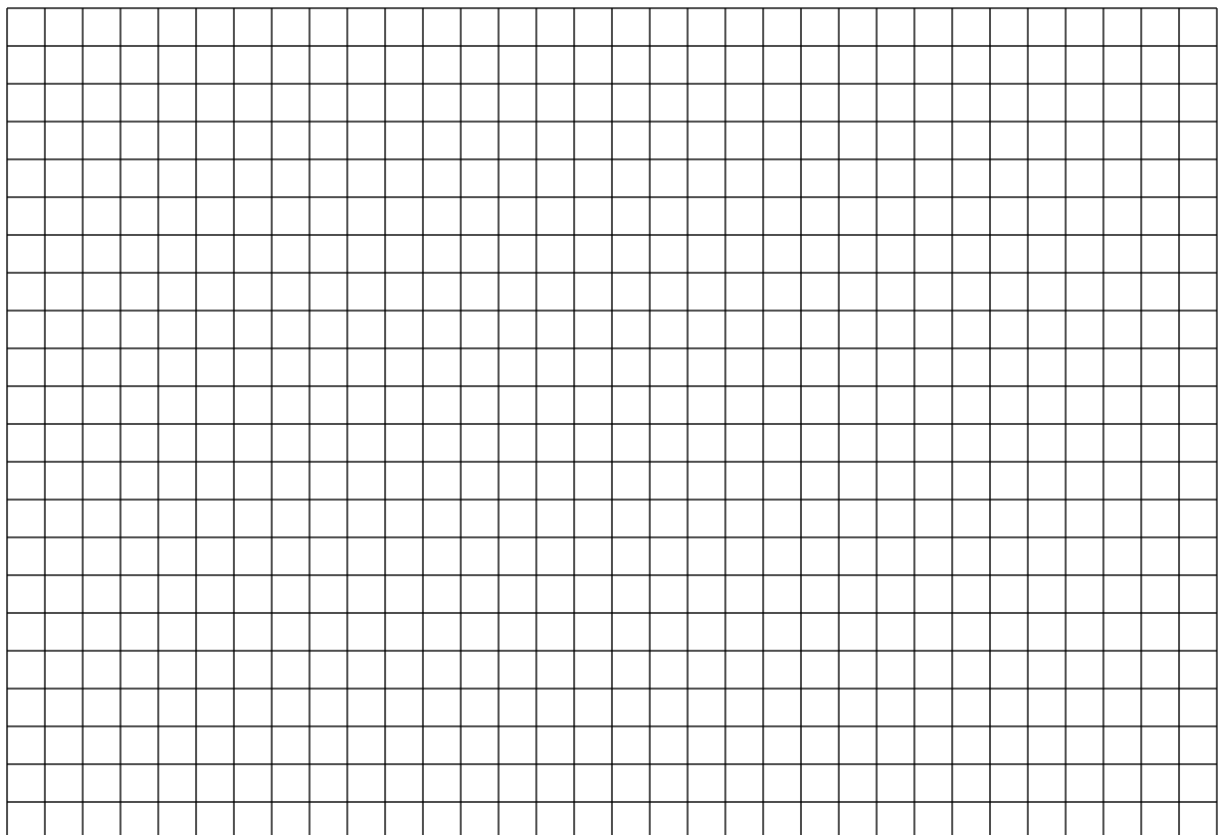
- ② Zeichne den Graphen  $g'$ , der an jeder Stelle  $x$  die Steigung von  $h(x)$  als  $g'(x)$  abbildet in dasselbe Koordinatensystem. (Ableitungsgraph von  $g$  zeichnen)

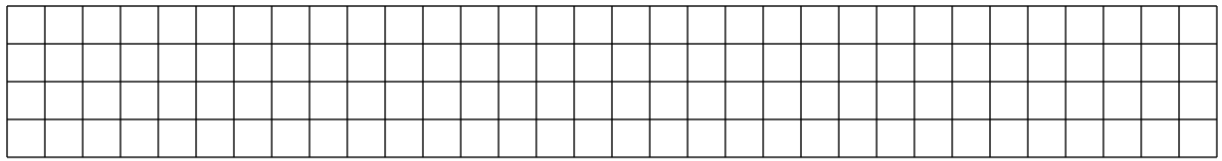


- ③ Zeichne den Graphen  $h'$ , der an jeder Stelle  $x$  die Steigung von  $h(x)$  als  $g'(x)$  abbildet in dasselbe Koordinatensystem. (Ableitungsgraph von  $g$  zeichnen)



- ④ Bestimme die Funktionen  $f'(x)$ ,  $g'(x)$  und  $h'(x)$ .





## ⑤ Fülle die Lücken im Text.

In der graphischen Ableitung erkunden wir die Veränderungen von Funktionen auf Basis ihrer Graphen. Beginnen wir mit der graphischen Analyse:

Die Ableitungen lauten wie folgt:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 \rightarrow f'(x) = \text{[ ]}$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 \rightarrow g'(x) = \text{[ ]}$$

$$h(x) = x \rightarrow h'(x) = \text{[ ]}$$

Diese Ableitungen zeigen uns die [ ] der ursprünglichen Funktionen an verschiedenen Stellen und ermöglichen es uns, weitere Aspekte der Funktionen zu erforschen.

Um nun die Ableitung rechnerisch zu bestimmen, betrachten wir als erstes den Exponenten. Es fällt auf, dass der abgeleiteten Funktion um [ ] kleiner ist.

Als nächstes betrachten wir die Vorfaktoren. Der Vorfaktor der abgeleiteten Funktionen ist immer [ ]. Das kommt zustande, weil der [ ] der ursprünglichen Funktion mit dem [ ] der ursprünglichen Funktion multipliziert wird. (Bei  $f(x) : \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ )

Somit können wir eine allgemeine Regel formulieren:

$$f'(x) = n \cdot a \cdot x^{(n-1)}$$

Mit dieser Regel können einzelne Terme abgeleitet werden. Sie nennt sich Faktorregel.