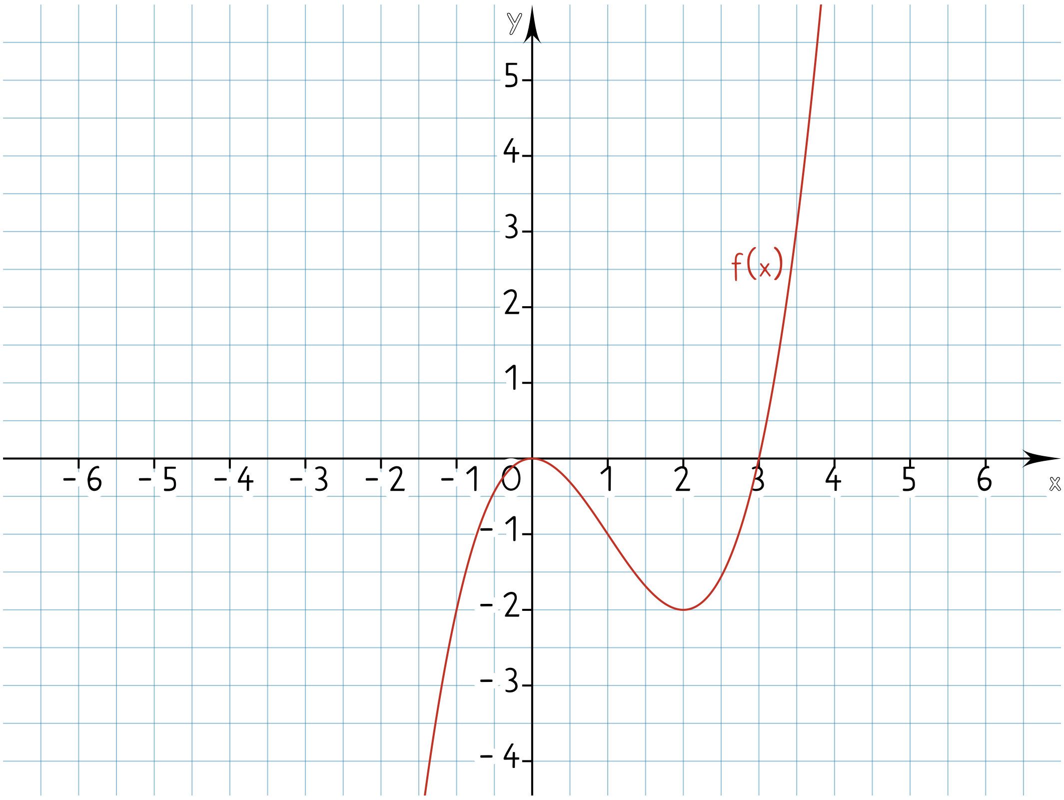
Krümmung und zweite Ableitung

Ein weiteres wichtiges Merkmal eines Funktionsgraphen ist sein Krümmungsverhalten. Bewegt man sich auf dem unten abgebildeten Graphen in Richtung positiven x-Achse, so durchfährt man zunächst eine **Rechtskurve**, dann eine **Linkskurve**. Denjenigen Punkt, in dem sich die Krümmungsart ändert, nennt man **Wendepunkt**.

① **Untersuchen** Sie das Krümmungsverhalten von $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2$.
Skizzieren Sie dazu die Graphen von f, f' und f'' in einem gemeinsamen Koordinatensystem.
Welcher Zusammenhang besteht zwischen Krümmungsverhalten und zweiter Ableitung?

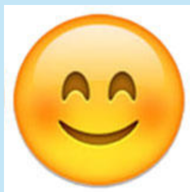


Krümmungskriterium

Die Funktion f sei mindestens zweimal differenzierter.
Dann gilt:

$f''(x) < 0$, so ist f

$f''(x) > 0$, so ist f


f´´(x) ist „positiv"


f´´(x) ist „negativ"

② Betrachten Sie nun den Graphen von f, f' und f''.
Wo befindet sich der Wendepunkt? **Vervollständigen** Sie den Merksatz.

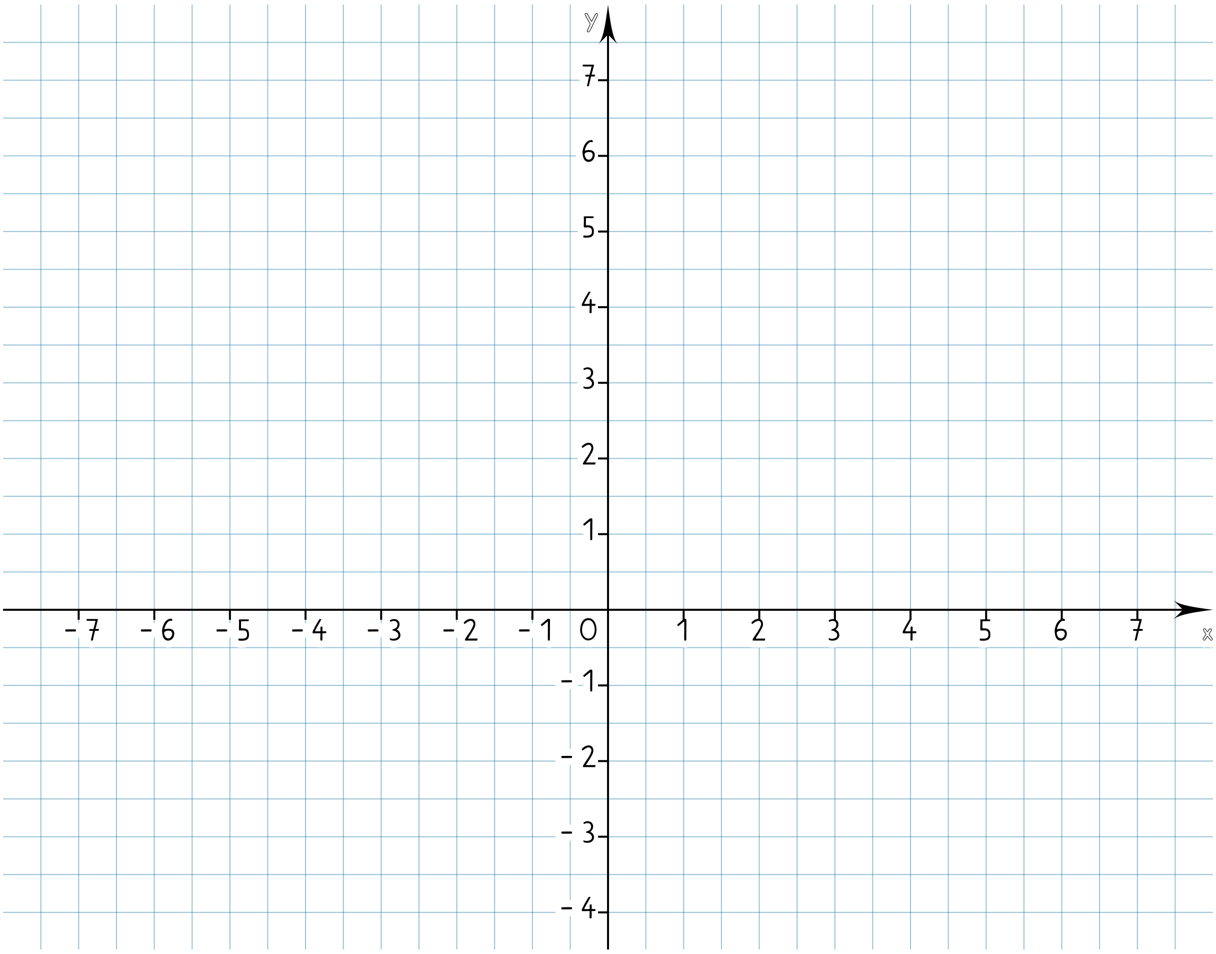
Notwendige Bedingung für einen Wendepunkt

Die Funktion f sei mindestens zweimal differenzierter. Dann gilt:

Wenn bei x_w eine **Wendestelle** von f liegt, dann ist .

Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/kruemmungsverhalten

Es gibt zwei Arten von lokalen Extrema einer Kurve f, lokale Maxima und lokale Minima.
Bei den Wendepunkten gibt es ebenfalls zwei Arten **Links-Rechts-Wendepunkte** und und **Rechts-Links-Wendepunkte**.
Das notwendige Kriterium für Wendepunkte $f''(x) = 0$ haben wir oben schon formuliert. Ein hinreichende Kriterium erhalten wir, wenn wir uns nochmal die dritte Ableitung anschauen.
Gruppe A: **Zeichnen** Sie die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2$ sowie ihre drei Ableitungen.
Gruppe B:**Zeichnen** Sie die Funktion $g(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2$ sowie ihre drei Ableitungen.
Welche Art von Wendepunkt liegt bei ihrer Funktion vor?



Hinreichende Bedingung für einen Wendepunkt

Die notwendige Bedingung $f''(x) = 0$ wird nach x aufgelöst.

Die Lösungen x_w werden mit hinreichenden Kriterien getestet.

Vorzeichenwechselkriterium

VZW von f'' bei x_w : $+/- \Rightarrow$

VZW von f'' bei x_w : $-/+ \Rightarrow$

oder schneller:

f'''-Kriterium

$f'''(x_w) < 0 \Rightarrow$

$f'''(x_w) > 0 \Rightarrow$

$f'''(x_w) = 0 \Rightarrow$

Lösung

Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/kruemmungsverhalten