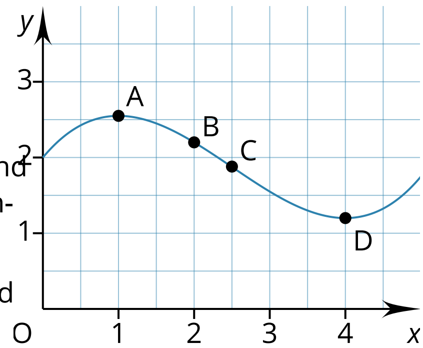
Krümmung und Wendepunkte

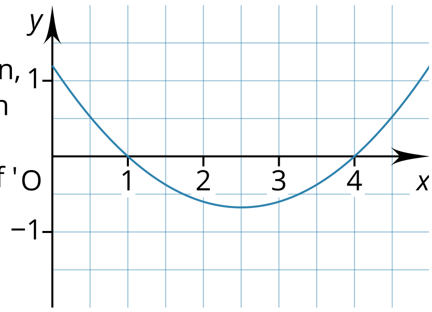
Oma Gerlinde hat von ihren Enkeln einen neuen e-Roller bekommen, um in Zukunft CO2-neutral durch den Hühnerstall fahren zu können.
Bei ihrer ersten Ausfahrt (der nebenstehende Graph f zeigt die gefahrene Strecke aus der Vogelperspektive) fährt ihr Opa Winfried in der Diesel-Limousine nach und macht Fotos für die Enkel. Leider bringt er diese durcheinander.



a) Ordnen Sie die Fotos den Wegpunkten A, B, C und D zu.

b) Markieren Sie am Graphen von f alle Punkte, in denen Oma Gerlinde eine Linkskurve macht, in grün, alle Punkte, in denen sie eine Rechtskurve macht, in rot. Welcher Punkt bleibt übrig?

c) Markieren Sie am zugehörigen Ableitungsgraphen f ' alle Punkte, in denen dieser steigt, in grün, alle Punkte, in denen dieser fällt, in rot. Welcher Punkt bleibt übrig?



d) Vergleichen Sie die Markierungen beider Graphen. Was fällt auf?

Die Lösung mit Erklärung gibt's unter vimeo.com/497655552

Merke (Ergänzen Sie die genannten Begriffe)

einen Extrempunkt | fällt | negativ | positiv | steigt

Wo der Graph von f ' ______, macht der Graph von f eine Linkskurve.

Wo der Graph von f ' ______, macht der Graph von f eine Rechtskurve.

Wo der Graph von f ' ______ besitzt, wechselt der Graph von f die Krümmung.

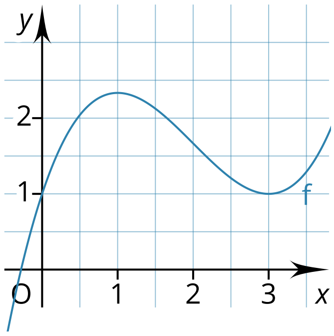
Ein Punkt, in dem der Graph von f die Krümmung wechselt, heißt **Wendepunkt**.

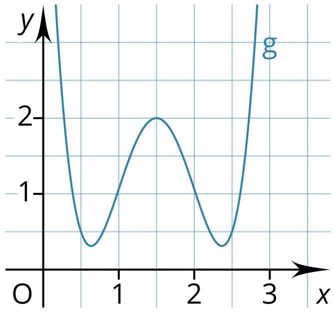
Für die zweite Ableitung f '' bedeutet das:

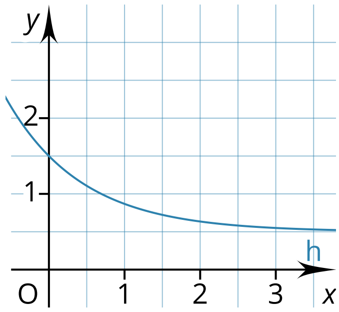
Wo f '' ______ ist, macht der Graph von f eine Linkskurve.

Wo f '' ______ ist, macht der Graph von f eine Rechtskurve.

① Markieren Sie jeweils die Bereiche, in denen der Graph linksgekrümmt bzw. rechtsgekrümmt ist, in verschiedenen Farben und geben Sie die **Krümmungsintervalle** an.







f ist rechtsgekrümmt für $x \in]-\infty; \quad [$ und linksgekrümmt für $x \in] \quad ; \infty[$.

g ist

h ist

② Gegeben sind folgende Funktionsgleichungen. Untersuchen Sie die zugehörigen Graphen auf Wendepunkte.

a) $f(x) = -x^3 - 3x^2 + x$
b) $f(x) = -e^x + x$
c) $f(x) = x^4 - x^2$
d) $f(x) = 2\sin(x) - 1$, für $x \in]0; 2\pi[$

Ein Beispiel für die Berechnung von Wendepunkten finden Sie unter vimeo.com/497660725

③ Gegeben sind folgende Funktionsgleichungen. Untersuchen Sie die zugehörigen Graphen auf Wendepunkte.

a) $f(x) = x^5 + 2$
b) $f(x) = x^5 - x^4$

Wendepunkte mit Hindernissen

Genau wie bei der Extrempunktberechnung kann es passieren, dass auch bei der Wendepunktbestimmung die dritte Ableitung weder positiv noch negativ ist. In diesem Fall müssen Sie die zweite Ableitung an der fraglichen Stelle auf einen Vorzeichenwechsel untersuchen.