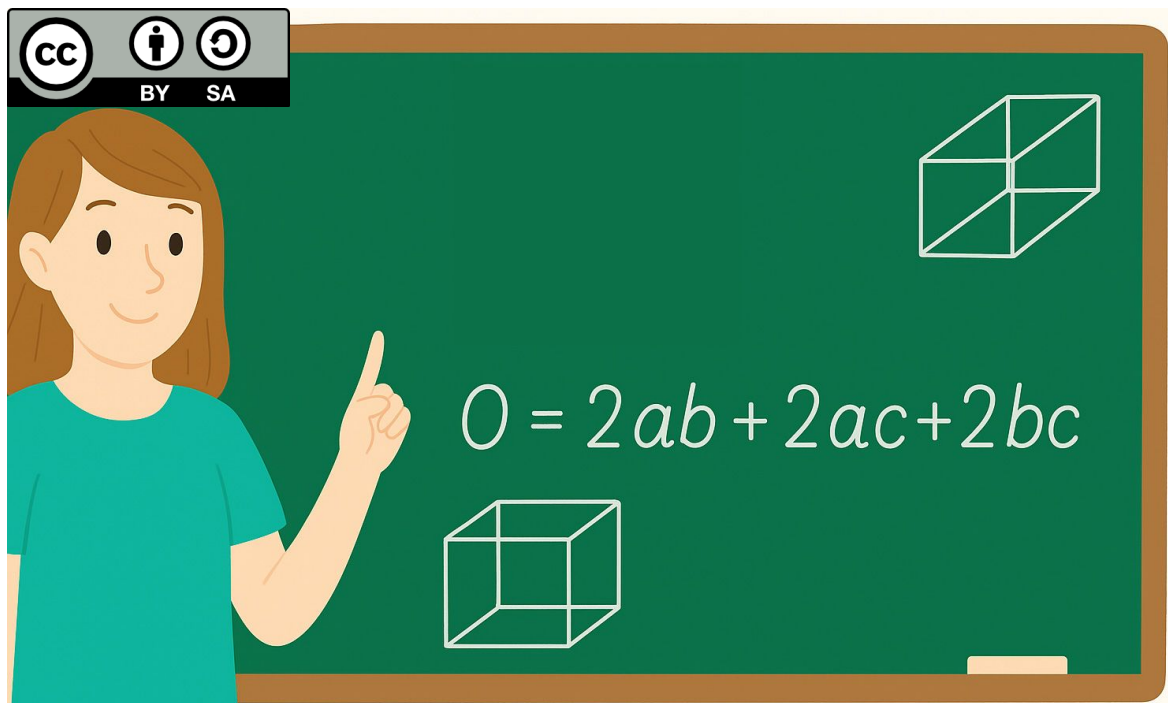




Oberflächeninhalt

In diesem Kurs wiederholst du dein Wissen zu geometrischen Körpern und Körpernetzen. Du lernst, wie man den Oberflächeninhalt geometrischer Körper berechnet und führst mithilfe des Digitalen Baukastens Übungen dazu durch.

Oberfläche und Oberflächeninhalt - Was ist das?

- 1 Wir beschäftigen uns in dieser Lerneinheit mit dem Oberflächeninhalt von geometrischen Körpern. Lies dir zuerst die Infobox gründlich durch.



Oberfläche und Oberflächeninhalt

Jeder geometrische Körper hat eine **Oberfläche**. Sie ist sozusagen die Hülle des Körpers und besteht aus allen Flächen, die du von außen sehen und anfassen kannst.

Der **Oberflächeninhalt** gibt an, wie groß die gesamte Oberfläche eines geometrischen Körpers ist. Er kann z.B. in den Einheiten cm² oder m² angegeben werden.

Beispiel: Stell dir vor, du möchtest einen Gegenstand mit Geschenkpapier einwickeln. Das Geschenkpapier soll alle Außenflächen deines Gegenstands bedecken. Der Oberflächeninhalt gibt an, wie groß die Außenflächen deines Gegenstands insgesamt sind und wie viel Geschenkpapier du benötigst.

- 2 Muss dein Wissen zu geometrischen Körpern etwas aufgefrischt werden? Auf den nächsten Seiten findest du einige Aufgaben zu Wiederholung.

Wiederholung: Geometrische Körper

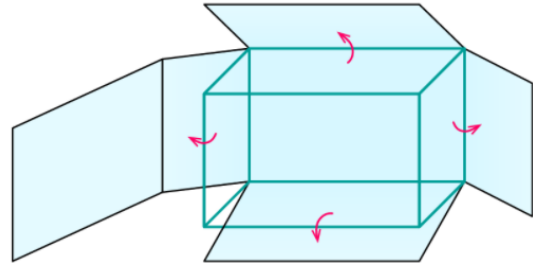
Mithilfe der folgenden Aufgaben wiederholst du dein Wissen zu den geometrischen Körpern und deren Eigenschaften. Dafür benötigst du den Digitalen Baukasten.

- 1 Öffne ein neues Modell im Digitalen Baukasten und führe die folgenden Arbeitsaufträge durch:
 - 1) Ziehe folgende Körper auf die Arbeitsfläche: Würfel, Zylinder, Kugel, Pyramide, Kegel.
 - 2) Ziehe einen zweiten Würfel auf die Arbeitsfläche und verändere seine Höhe so, dass es kein Würfel mehr ist. Wie heißt der Körper?
 - 3) Welche der Körper auf der Arbeitsfläche haben eine quadratische Grundfläche? Schiebe sie nach links und alle anderen Körper nach rechts.
- 2 Betrachte die Körper auf der Arbeitsfläche von allen Seiten und zähle die Ecken und Kanten. Schau dir außerdem die Außenflächen der Körper genauer an: Wie viele sind es und welche Form haben sie?
Trage deine Ergebnisse in die Tabelle ein.

	Anzahl der Ecken	Anzahl der Kanten	Anzahl der Begrenzungsflächen	Beschreibung der Begrenzungsflächen (Anzahl und Form)
Würfel				
Quader				
Zylinder				
Kugel				
quadratische Pyramide				
Kegel				

Wiederholung: Körpernetze

In den vorherigen Aufgaben hast du dich mit den geometrischen Körpern und den Begrenzungsflächen beschäftigt. Jetzt wollen wir uns diese Begrenzungsflächen genauer anschauen. Dafür kann man zu jedem Körper ein Körpernetz erstellen.

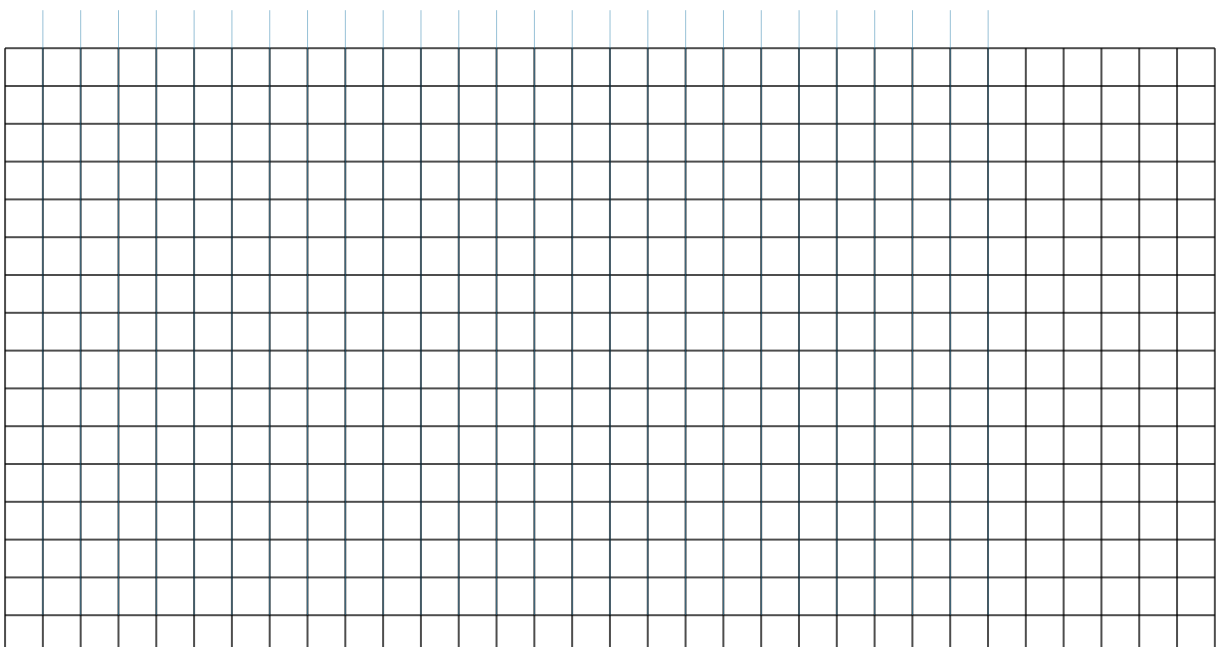
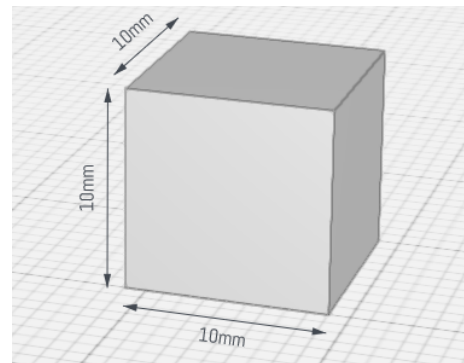


Körpernetze

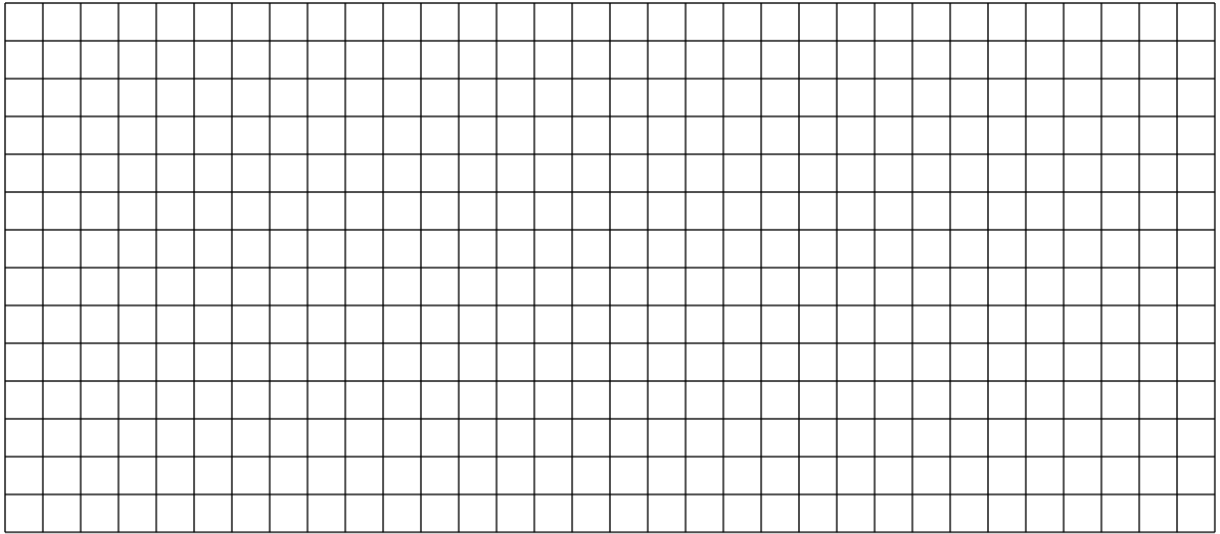
Zu jedem geometrischen Körper kann man ein Körpernetz erstellen. Dieses stellt die Teilflächen des Körpers aufgeklappt in der Ebene dar. Faltet man das Körpernetz zusammen, entsteht ein dreidimensionaler Körper.

Beispiel: Ein Körpernetz kannst du dir vorstellen wie einen Schuhkarton, bei dem man die Klebelaschen an den Seiten aufgetrennt hat.

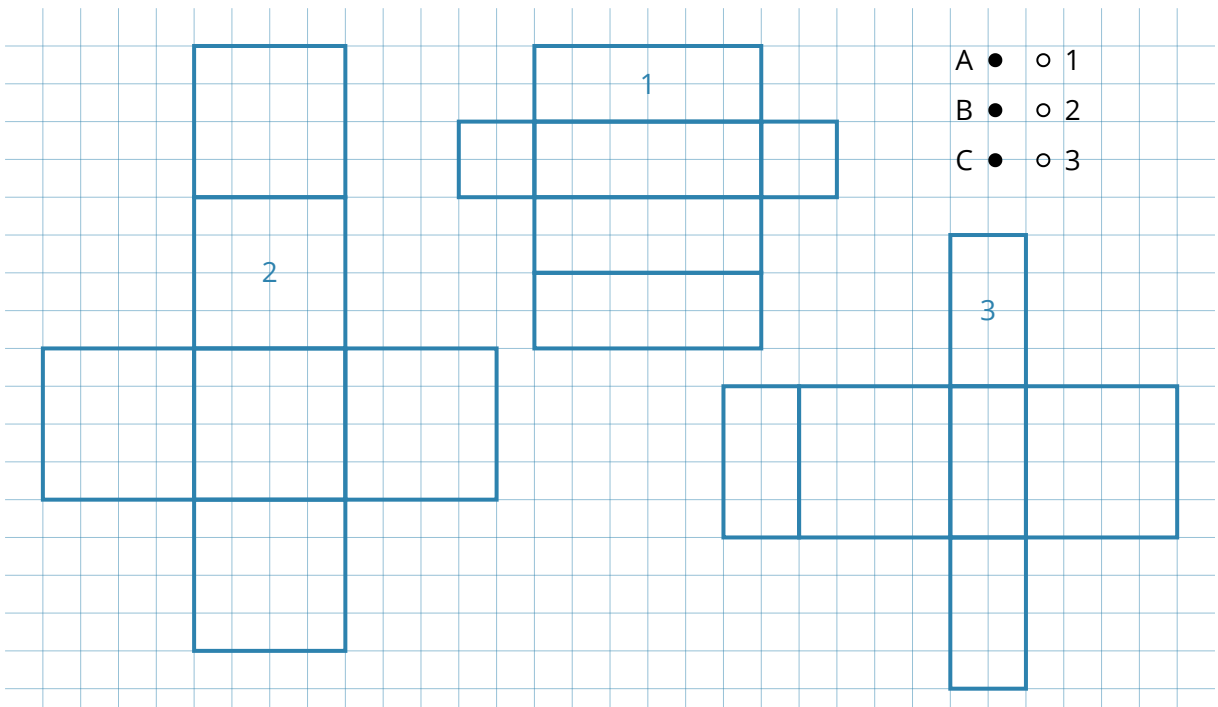
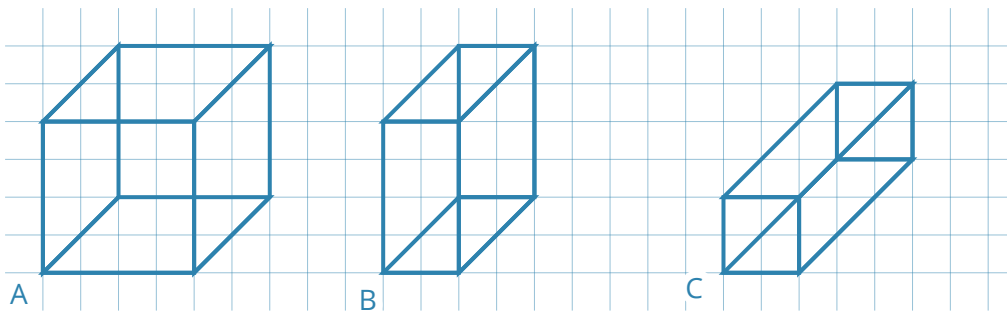
- 1 Bearbeite die folgenden Arbeitsaufträge. Dafür benötigst du den Digitalen Baukasten.
 - a) Öffne den Digitalen Baukasten. Ziehe einen Würfel auf die Arbeitsfläche und lass dir die Maße anzeigen. Dazu klickst du auf den Würfel und dann auf die Inspektor-Funktion.
 - b) Zeichne nun ein Körpernetz deines Würfels mit den richtigen Maßen.



- c) Verändere deinen Würfel, sodass er ein Quader wird. Zieh dazu an einem der bunten Pfeile. Notiere dir die neuen Maße und zeichne hier auch ein Körpernetz.



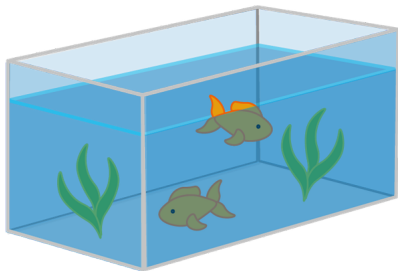
- 2 Welcher Körper gehört zu welchem Körpernetz? Ordne zu.



Wozu brauchen wir den Oberflächeninhalt?

- 3** Führe die folgenden Arbeitsaufträge durch und notiere dir deine Überlegungen:
- Schau dir das Bild an und überlege dabei, wozu es sinnvoll ist, den Oberflächeninhalt zu berechnen.
 - Überlege dir weitere Alltagssituationen, in denen es nützlich wäre, den Oberflächeninhalt zu berechnen.





Keine Ideen?

Tim und Anna wollen die Scheiben des Aquariums reinigen und anschließend mit einer Schutzfolie bekleben. Wofür wäre dabei der Oberflächeninhalt nützlich?

Zusatzaufgabe:

Stell dir vor, der Pappkarton soll von außen mit Geschenkpapier beklebt werden und du möchtest ausrechnen, wie viel Papier dafür gebraucht wird. Überlege, wie du bei der Berechnung vorgehen könntest.

Oberflächeninhalt berechnen

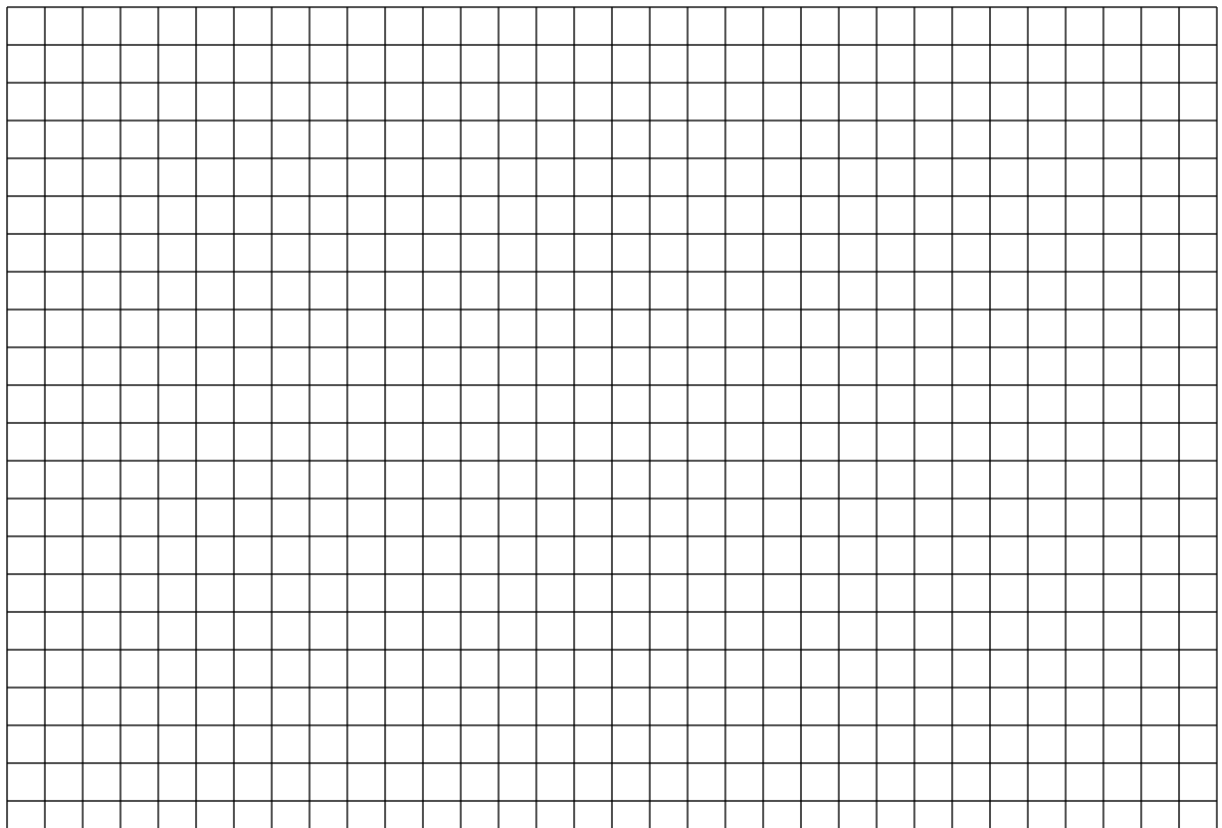
- 4 Wir wollen uns nun damit beschäftigen, wie man den Oberflächeninhalt von Würfeln und Quadern berechnet. Lies dir dafür zuerst die Infobox durch.



Oberflächeninhalt

Bei jedem geometrischen Körper kann man den **Oberflächeninhalt (O)** berechnen. Er gibt an, wie groß die gesamte Oberfläche des Körpers ist. Dafür wird der Flächeninhalt aller äußeren Flächen (Begrenzungsflächen) addiert.

- 5 In der Infobox hast du erfahren, dass man den Oberflächeninhalt berechnen kann, indem man die Flächeninhalte aller äußeren Begrenzungsflächen des Körpers zusammenrechnet. Versuche mit diesem Wissen, die folgenden Aufgaben zu lösen:
- Wie groß ist der Oberflächeninhalt eines Würfels mit einer Kantenlänge von 2 cm?
 - Wie groß ist der Oberflächeninhalt eines Quaders mit den folgenden Maßen: Breite: 1 cm, Länge: 2 cm, Höhe: 3 cm?



Hilfestellung

Zeichne dir als Hilfestellung ein Körpernetz deines Körpers. Berechne dann die Flächeninhalte aller Teilflächen mit der Formel $A = a \cdot b$.

Wenn du alle Flächeninhalte zusammenrechnest, erhältst du den Oberflächeninhalt.

Formel für den Oberflächeninhalt

Gerade hast du den Oberflächeninhalt berechnet, indem du die Flächeninhalte der einzelnen Flächen berechnet und anschließend addiert hast. Damit das schneller und einfacher geht, gibt es eine Formel, die diese Rechenschritte zusammenfasst.

6 Das Erklärvideo

Schau dir das Erklärvideo zum Oberflächeninhalt bei Würfeln und Quadern an. Im Video werden die Formeln verraten, mit denen man den Oberflächeninhalt von Würfeln und Quadern berechnet. Pass gut auf und schreibe sie dir auf.



<https://www.tinkertoys.de/ober>

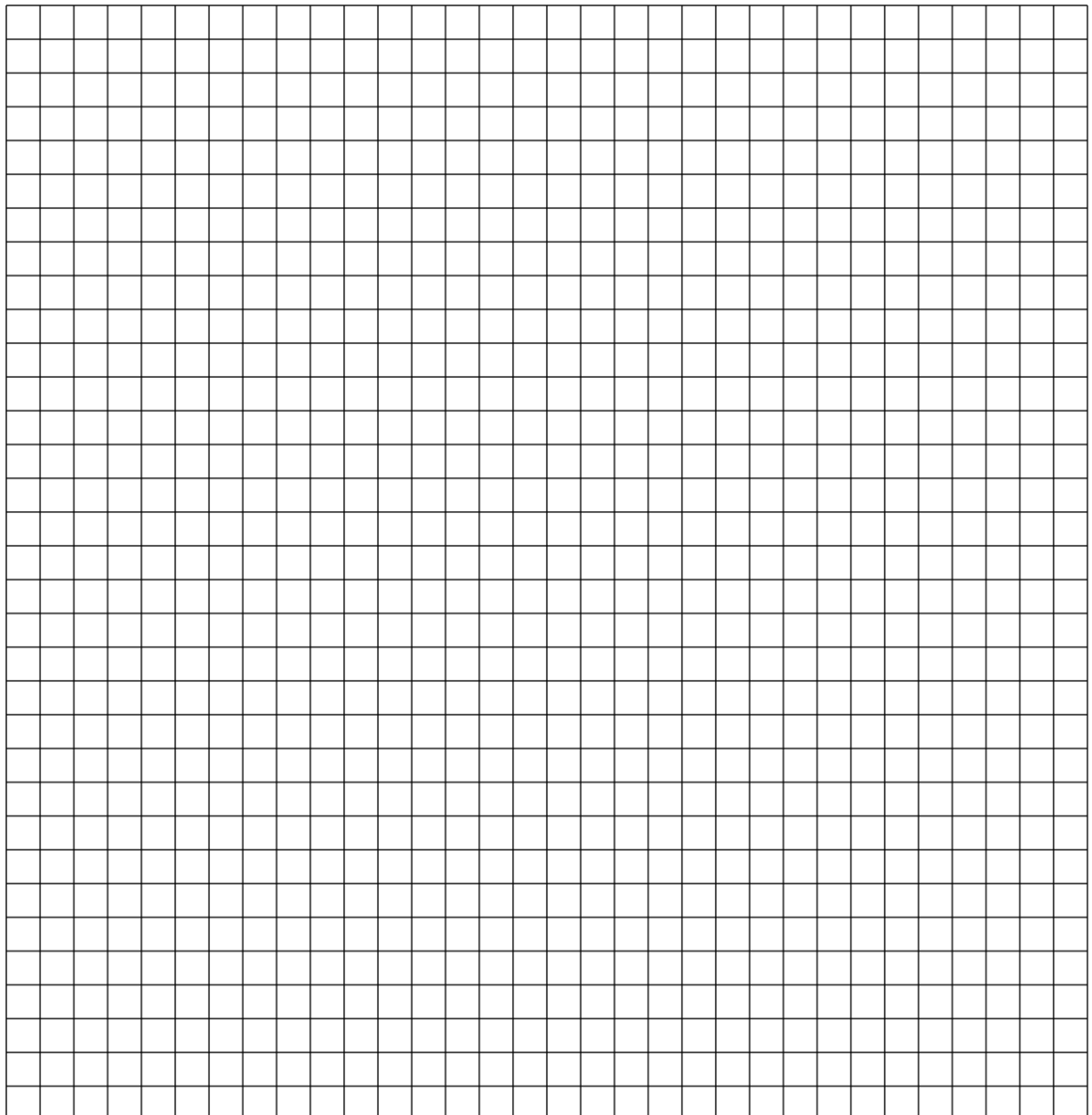
Oberflächeninhalt beim Würfel	
Oberflächeninhalt beim Quader	

Weitere Notizen:

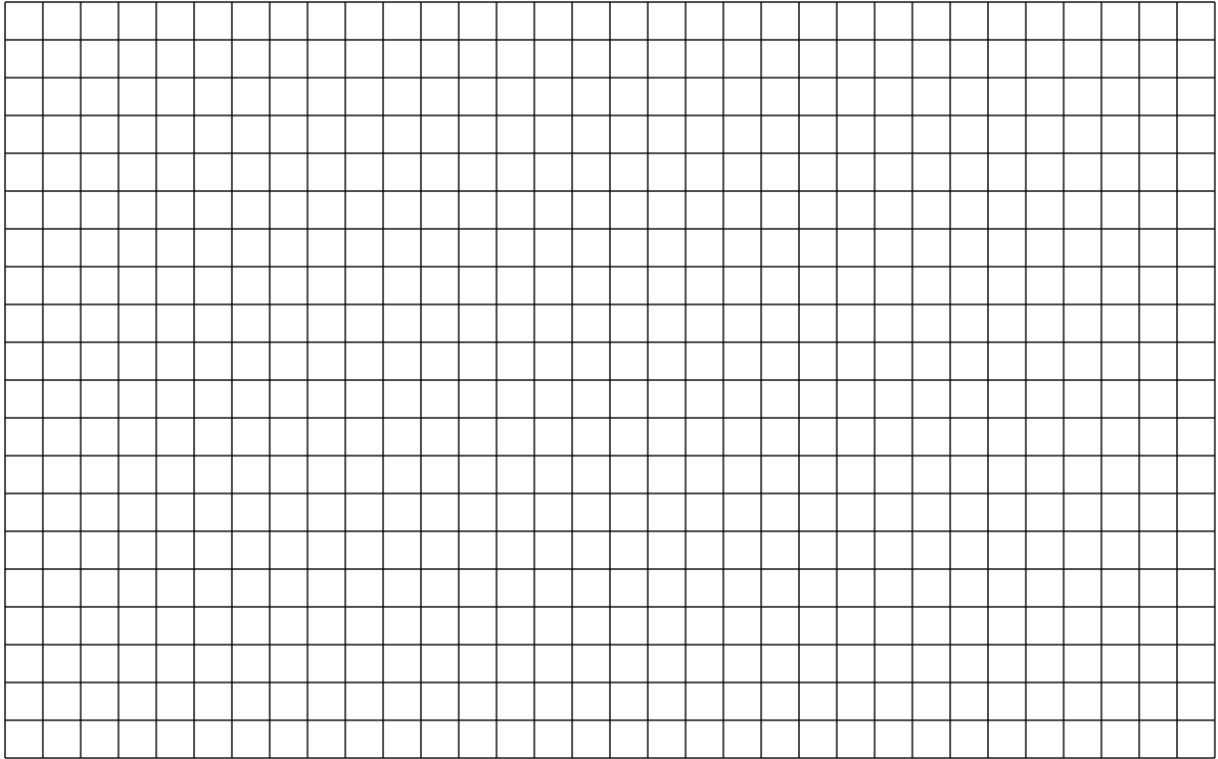
[illegible]

Übungsaufgaben zur Berechnung des Oberflächeninhalts

- 7 Bearbeite die Textaufgaben. Notiere den Lösungsweg.
- Gegeben ist ein Würfel mit einer Seitenlänge von 12 cm. Berechne den Oberflächeninhalt.
 - Du hast einen Quader mit den Maßen: $a = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$. Berechne den Oberflächeninhalt.
 - Du hast einen Quader mit den Maßen: $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 30 \text{ mm}$. Welche Maßeinheit musst du umrechnen, um den Oberflächeninhalt berechnen zu können? Rechne um und berechne dann den Oberflächeninhalt.



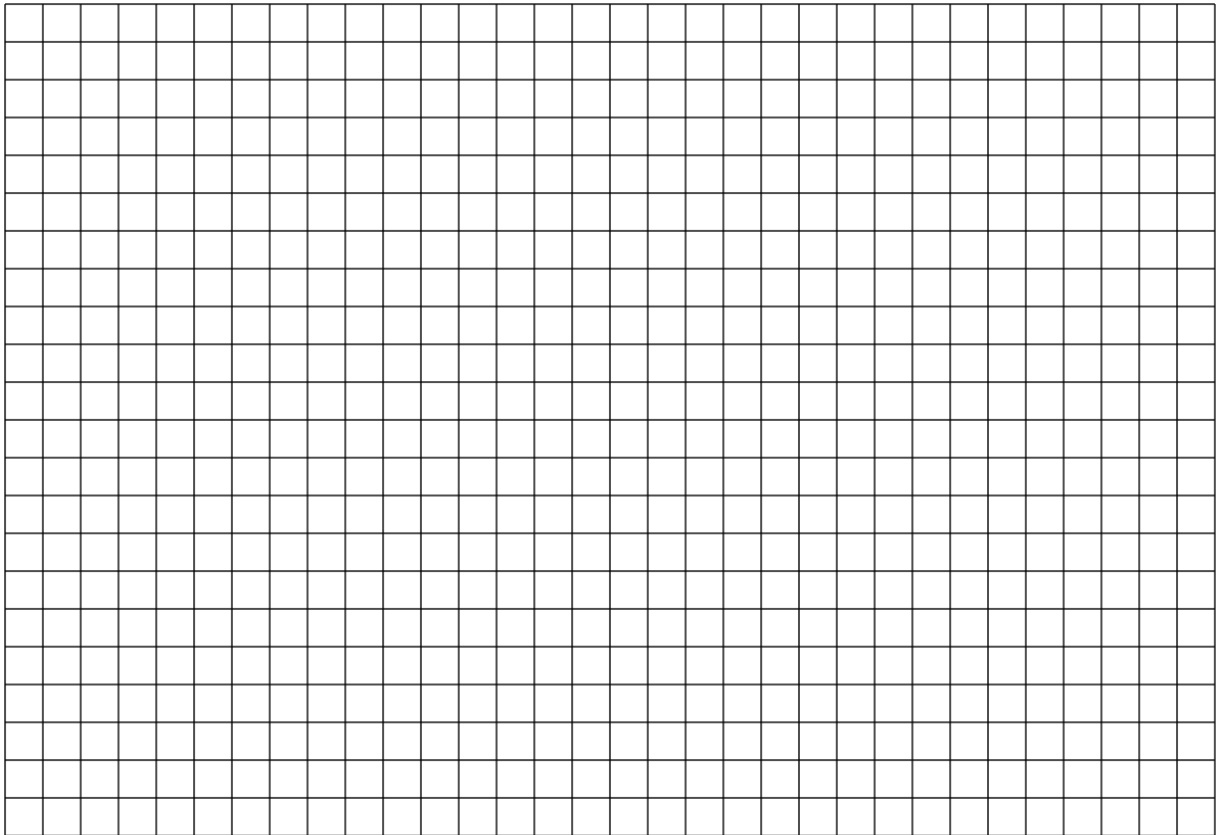
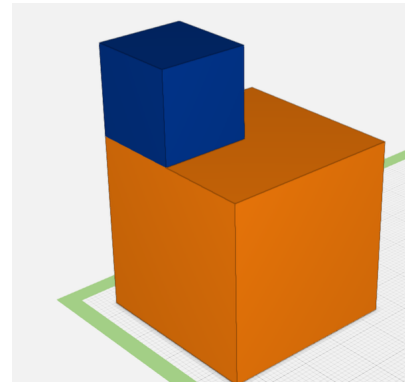
- 8** Bei einem Aquarium sollen alle Seitenflächen mit einer Folie beklebt werden. Die Oberseite und der Boden sollen nicht beklebt werden. Das Aquarium hat folgende Maße: Länge: 500 mm, Breite: 250 mm, Höhe: 300 mm.
Fertige eine Skizze an und berechne, wie viele Quadratzentimeter Folie benötigt werden. Rechne dein Ergebnis anschließend auch in Quadratmeter um.



- 9** Bearbeite folgende Aufgaben im Digitalen Baukasten:

- a) Konstruiere einen Quader mit den Maßen $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4,5 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$. Färbe ihn grün. Konstruiere einen Würfel mit einer Kantenlänge von 3 cm , Färbe ihn blau. Welcher der beiden Quader hat den größeren Oberflächeninhalt? Begründe deine Antwort (ohne zu berechnen).
- b) Konstruiere einen Quader mit den Maßen $a = 2 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$ und färbe ihn rot. Berechne den Oberflächeninhalt der drei Körper und sortiere sie von links (kleinster Oberflächeninhalt) nach rechts (größter Oberflächeninhalt).

- 10** Auf einen Würfel mit einer Seitenlänge von 4 cm wurde ein zweiter Würfel mit einer Seitenlänge von 2 cm geklebt. Alle sichtbaren Flächen (auch die Unterseite des orangenen Würfels) sollen mit buntem Papier beklebt werden. Berechne, wie viele Quadratzentimeter Papier benötigt werden.



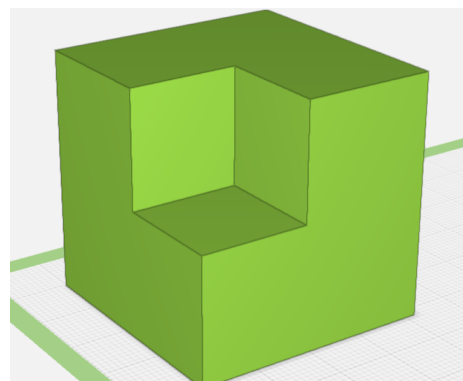
11 Zusatzaufgabe:

Aus einem großen Würfel wurde ein kleinerer Würfel ausgeschnitten (s. Skizze). Wie hat sich der Oberflächeninhalt des Körpers dadurch verändert? Die Maße sind für die Antwort unbedeutend.

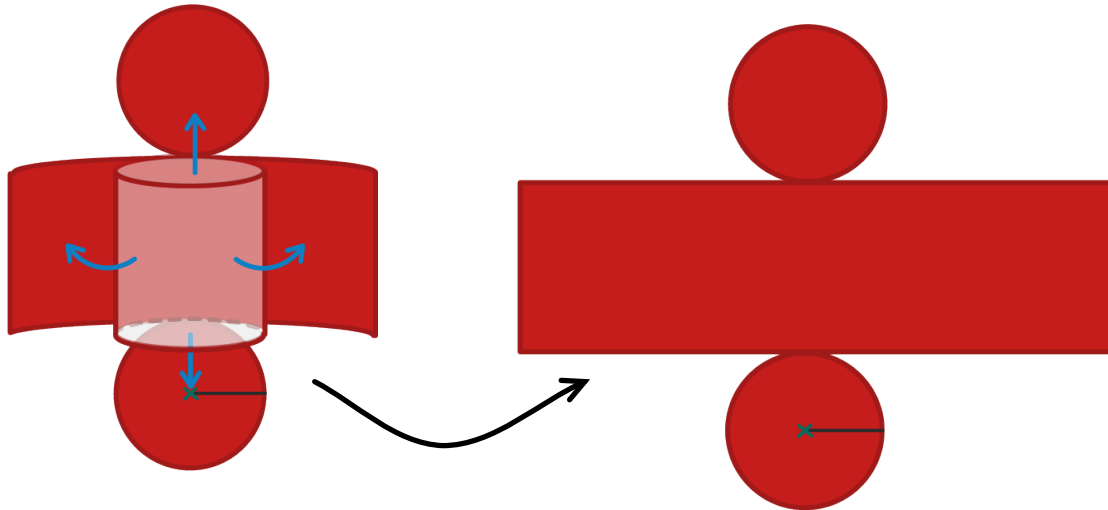
Hilfestellung:

Wenn du möchtest, kannst du die Aufgabe im Digitalen Baukasten nachkonstruieren, um es dir zu veranschaulichen.

Zusätzlich kannst du dir Maße für zwei Würfel ausdenken und berechnen, wie groß der Oberflächeninhalt vor und nach dem Ausschneiden des kleineren Würfels ist.



Zusatz: Oberflächeninhalt beim Zylinder - Herleitung der Formel



In diesem Lernschritt leiten wir gemeinsam her, wie der Oberflächeninhalt eines Zylinders berechnet wird.

12 Herleitung der Formel

Du hast in dieser Lerneinheit bereits gelernt, dass der Oberflächeninhalt berechnet wird, indem man die Flächeninhalte der einzelnen Teilflächen addiert.

Überlege gemeinsam mit deinem Partner/deiner Partnerin. Nutzt die Zeichnung oben als Hilfe und füllt gemeinsam die Tabelle aus.

- Aus welchen drei Flächen setzt sich die Oberfläche eines Zylinders zusammen?
- Wie viele Flächen gibt es jeweils?
- Wie kann der Flächeninhalt der Flächen berechnet werden?

Art der Fläche	Anzahl	Berechnung des Flächeninhalts

- **Zusatz:**

Ein Zylinder wird durch seine Höhe und seinen Radius definiert. Hast du eine Idee, wie man aus Radius und Höhe den Flächeninhalt des Rechtecks bestimmen kann?

 **Formeln zum Kreis:**

$A = \pi \cdot r^2$

$U = 2 \cdot \pi \cdot r$

Formeln zum Kreis:

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Oberflächeninhalt beim Zylinder

Um den Oberflächeninhalt eines Zylinders zu berechnen muss man den Flächeninhalt der beiden kreisförmigen Außenflächen und den Flächeninhalt der rechteckigen Außenfläche addieren. Es ergibt sich folgende Formel:

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Man kann die Formel umstellen, um sie zu vereinfachen. Dann lautet sie wie folgt:

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$$

Welche der beiden Formeln du für die Berechnung nutzen möchtest, kannst du selbst entscheiden.

13 Übungsaufgaben

Bearbeite die Textaufgaben. Notiere den Lösungsweg.

- Gegeben ist ein Zylinder mit den Maßen $r = 2 \text{ cm}$, $h = 5 \text{ cm}$. Berechne den Oberflächeninhalt.
- Gegeben ist ein Zylinder mit den Maßen $d = 24 \text{ dm}$, $h = 40 \text{ mm}$. Berechne den Oberflächeninhalt.
- Zusatz:** Konstruiere einen Zylinder im Digitalen Baukasten und berechne seinen Oberflächeninhalt.

[illegible]

Oberflächeninhalt bei einer Kugel

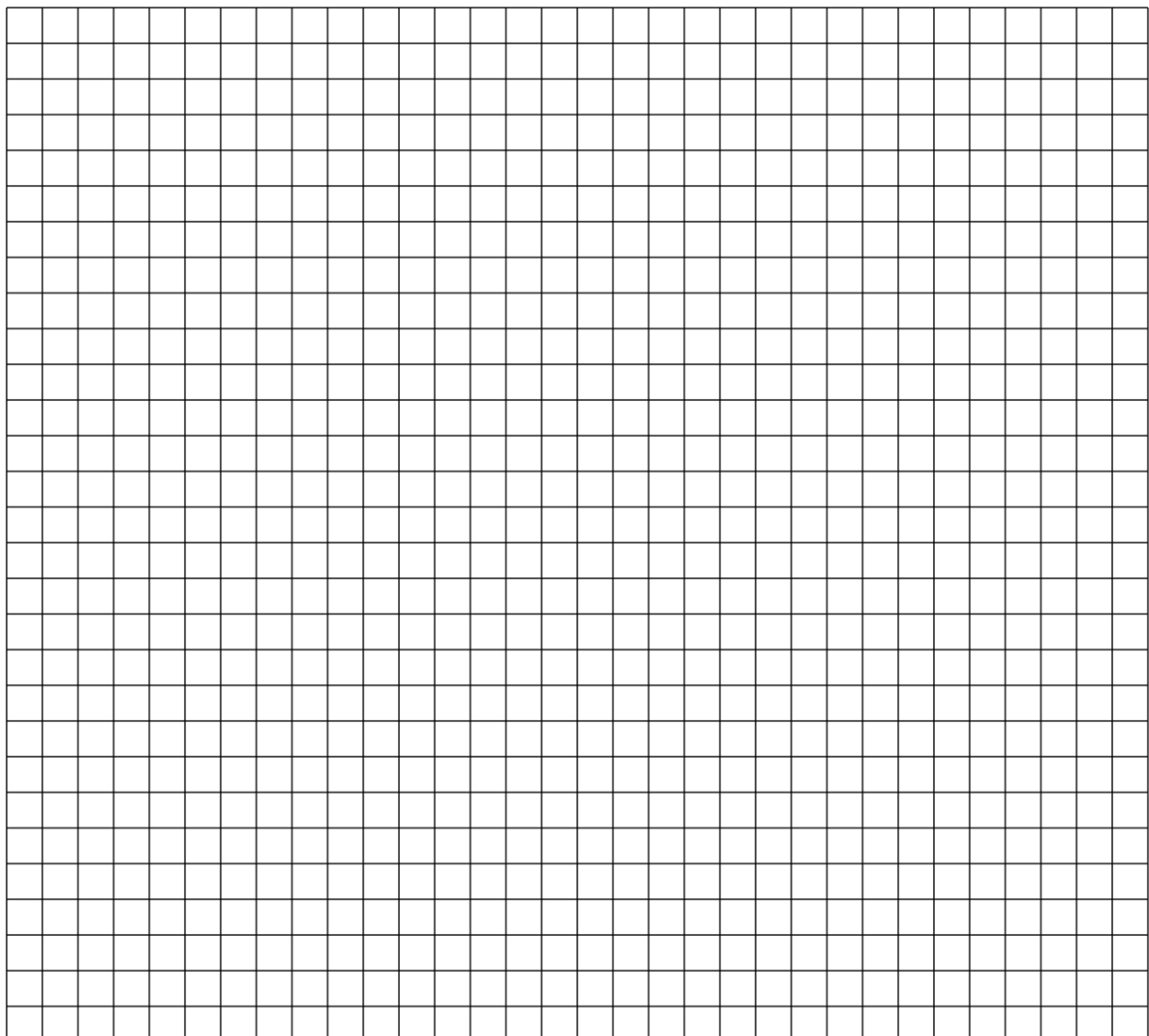
Für die Berechnung des Oberflächeninhalts einer Kugel wird folgende Formel genutzt:

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

14 Übungsaufgaben

Rechne die Textaufgaben. Schreibe sie in dein Heft.

- Berechne den Oberflächeninhalt einer Kugel mit einem Radius von 2 cm.
- Gegeben ist eine Kugel mit einem Durchmesser von 50 cm. Wie groß ist der Oberflächeninhalt?
- **Zusatz:** Konstruiere eine Kugel im Digitalen Baukasten und berechne ihren Oberflächeninhalt.



Lösungswege zu den Übungsaufgaben

- 5** In der Infobox hast du erfahren, dass man den Oberflächeninhalt berechnen kann, indem man die Flächeninhalte aller äußeren Begrenzungsflächen des Körpers zusammenrechnet. Versuche mit diesem Wissen, die folgenden Aufgaben zu lösen:
- a) Wie groß ist der Oberflächeninhalt eines Würfels mit einer Kantenlänge von 2 cm?
 - b) Wie groß ist der Oberflächeninhalt eines Quaders mit den folgenden Maßen: Breite: 1 cm, Länge: 2 cm, Höhe: 3 cm?

7 Bearbeite die Textaufgaben. Notiere den Lösungsweg in deinem Heft.

- a) Gegeben ist ein Würfel mit einer Seitenlänge von 12 cm. Berechne den Oberflächeninhalt.
- b) Du hast einen Quader mit den Maßen: $a = 2 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$. Berechne den Oberflächeninhalt.
- c) Du hast einen Quader mit den Maßen: $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 20 \text{ mm}$. Welche Maßeinheit musst du umrechnen, um den Oberflächeninhalt berechnen zu können? Rechne um und berechne dann den Oberflächeninhalt.

- 8** Bei einem Aquarium sollen alle Seitenflächen mit einer Folie beklebt werden. Die Oberseite und der Boden sollen nicht beklebt werden. Das Aquarium hat folgende Maße: Länge: 500 mm, Breite: 250 mm, Höhe: 300 mm.
Fertige eine Skizze an und berechne, wie viele Quadratzentimeter Folie benötigt werden.

- 9** Bearbeite folgende Aufgaben im Digitalen Baukasten:

- a) Konstruiere einen Quader mit den Maßen $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4,5 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$. Färbe ihn grün. Konstruiere einen Würfel mit einer Kantenlänge von 3 cm , Färbe ihn blau. Welcher der beiden Quader hat den größeren Oberflächeninhalt? Begründe deine Antwort (ohne zu berechnen).
- b) Konstruiere einen Quader mit den Maßen $a = 2 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$ und färbe ihn rot. Berechne den Oberflächeninhalt der drei Körper und sortiere sie von links (kleinster Oberflächeninhalt) nach rechts (größter Oberflächeninhalt).

- 10** Auf einem Würfel mit einer Seitenlänge von 4 cm steht ein zweiter Würfel mit einer Seitenlänge von 2 cm. Sieh dir dazu die Skizze an.
Alle sichtbaren Flächen sollen mit buntem Papier beklebt werden. Berechne, wie viele Quadratzentimeter Papier benötigt werden.

13 Übungsaufgaben - Zylinder

Bearbeite die Textaufgaben. Notiere den Lösungsweg.

- a) Gegeben ist ein Zylinder mit den Maßen $r = 2 \text{ cm}$, $h = 5 \text{ cm}$. Berechne den Oberflächeninhalt.
- b) Gegeben ist ein Zylinder mit den Maßen $d = 24 \text{ cm}$, $h = 40 \text{ mm}$. Berechne den Oberflächeninhalt.

14 Übungsaufgaben - Kugel

Rechne die Textaufgaben. Schreibe sie in dein Heft.

- Berechne den Oberflächeninhalt einer Kugel mit einem Radius von 2 cm .
- Gegeben ist eine Kugel mit einem Durchmesser von 50 cm . Wie groß ist der Oberflächeninhalt?
- **Zusatz:** Konstruiere eine Kugel im Digitalen Baukasten und berechne ihren Oberflächeninhalt.