Primzahl

Eine Primzahl (von lateinisch numerus primus ‚erste Zahl') ist eine natürliche Zahl, die genau zwei Teiler hat. Dabei bedeutet primus speziell „Anfang, das Erste (der Dinge)", sodass eine „Anfangszahl" gemeint ist, die aus keiner anderen natürlichen Zahl multiplikativ konstruiert werden kann.
Eine Zahl, die das Produkt von zwei oder mehr Primfaktoren ist, nennt man zusammengesetzt. Die Zahl 1 ist weder prim noch zusammengesetzt. Alle anderen natürlichen Zahlen sind eines von beiden, entweder prim (also Primzahl) oder zusammengesetzt.
(https://de.wikipedia.org/wiki/Primzahl)

① Finde alle Primzahlen bis 20.

② Entwickle ein Verfahren um alle Primzahlen bis 100 zu finden.

Das Sieb des Eratosthenes

Das Sieb des Eratosthenes ist ein Algorithmus zur Bestimmung einer Liste oder Tabelle aller Primzahlen kleiner oder gleich einer vorgegebenen Zahl. Es ist nach dem griechischen Mathematiker Eratosthenes benannt.
Zunächst werden alle Zahlen bis zu einem Maximalwert aufgeschrieben. Die zunächst unmarkierten Zahlen sind potentielle Primzahlen. Die kleinste unmarkierte Zahl ist immer eine Primzahl. Nun werden alle Vielfachen dieser Primzahl als zusammengesetzt markiert. Man bestimmt die nächstgrößere unmarkierte Zahl. Bei dieser muss es sich um eine Primzahl handeln. Man streicht wieder alle Vielfachen und führt das Verfahren fort, bis man am Ende der Liste angekommen ist.
(https://de.wikipedia.org/wiki/Sieb_des_Eratosthenes)

③ Welche Eigenschaft haben fast alle Primzahlen?

derzeit größte Primzahl

Die derzeit größte Primzahl $2^{82.589.933}-1$ hat 24.862.048 Dezimalstellen. Nach weiteren Primzahlen wird gesucht.

④ Warum wird es immer schwieriger neue Primzahlen zu finden?

Primfaktorzerlegung

Jede natürliche Zahl kann als eindeutiges Produkt von Primzahlen dargestellt werden.
Die sogenannten Primfaktoren sind Primzahlen und Teiler der natürlichen Zahl.
Die Reihenfolge ist hierbei irrelevant aufgrund des Kommutativgesetzes.

Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/primzahlen-3

⑤ Finde die Primfaktorzerlegung der Zahlen bis 20 sowie einiger weiterer Zahlen.

⑥ Überprüfe folgende Aussage für die Zahlen bis 20: n und $n + 1$ (n ist eine natürliche Zahl) haben keinen gemeinsamen Primfaktor.

⑦ Warum ist 1 keine Primzahl?

- Begründe deine Antwort auf der Definition, dem Sieb des Eratoshenes und der Primfaktorzerlegung.

Goldbachsche Vermutung

Die Goldbachsche Vermutung, benannt nach dem Mathematiker Christian Goldbach, ist eine unbewiesene Aussage aus dem Bereich der Zahlentheorie. Sie gehört als eines der Hilbertschen Probleme **(Nr. 8b) zu den bekanntesten ungelösten Problemen der Mathematik.**
Die starke (oder binäre) Goldbachsche Vermutung lautet wie folgt: ***Jede gerade Zahl, die größer als 2 ist, ist Summe zweier Primzahlen.***
Die schwächere Vermutung: ***Jede ungerade Zahl, die größer als 5 ist, ist Summe dreier Primzahlen.***
Die Goldbachsche Vermutung ist bisher weder widerlegt noch bewiesen. Für Zahlen bis $4 \cdot 10^{18}$ beziehungsweise $8{,}875 \cdot 10^{30}$ wurde dies bereits durch Computer nachgerechnet. Dies ist jedoch kein Beweis.
https://de.wikipedia.org/wiki/Goldbachsche_Vermutung

die Hilbertschen Probleme wurden 1900 von David Hilbert aufgestellt und die meisten sind bisher zumindest teilweise gelöst. Problem 8 ist bisher noch komplett ungelöst.

⑧ Überprüfe die Goldbachsche Vermutung für ein paar Zahlen deiner Wahl.

Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/primzahlen-3