Die Produktregel

Die Ableitung eines Produktes von Funktionen

Ziel: Es soll eine Regel für die Ableitung eines Produktes f(x) = u(x) **.** v(x) gefunden werden, falls die Ableitungen von u und v bekannt sind.

① Bei einer Summe f = u + v von Funktionen gilt f' = u' + v' .

Gibt es für ein Produkt f = u*v eine entsprechende einfache Ableitungsregel?

u	v	f=u*v	richtige Ableitung f'	u'	v'	Kombination aus u, v, u' und v'
x	3x	$3x^2$	6x	1	3	
x	x^2	x^3				
x^2	x^3					
x^2	x^5					

② Vermutung:

Die Ableitung von f(x) = u(x) **v(x) [[f'(x)= u'** v + u * v']].

Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/produktregel-ableiten

③ Kurzform eines Beweises zur Ableitung eines Produktes (g . h) von Funktionen:

Binomische Formel: $(u + v)^2 = u^2 + 2\,u^*v + v^2$

Beide Seiten ableiten:
(1)
$2\,(u+v)\,(u+v)' = 2\,u\,u' + 2\,(u\,v)' + 2v\,v'$ (mit Kettenregel)

(2)
$(u+v)\,(u' +v') = u\,u' + (u\,v)' + v\,v'$

(3)
$u\,u' + u\,v' + v\,u' + v\,v' = u\,u' + (u\,v)' + v\,v'$

(4)
$u\,\mathbf{v'} + \mathbf{v}\,u' = (u^*v)'$

④ Erläutern Sie

- warum in Zeile (1) auf der linken Seite der Term (u + v)' und auf der rechten Seite die Terme u' und v' stehen.
- warum in Zeile (1) nur die mit Pfeilen gekennzeichneten Funktionen abgeleitet werden, aber das Produkt (u v) nur mit Ableitungszeichen versehen wird.
- welche Umformung von Zeile (1) nach Zeile (2) durchgeführt wurde.
- nach welcher Rechenregel von Zeile (2) nach Zeile (3) die linke Seite umgeformt wurde.
- das Ergebnis in Zeile (4) in Worten.

Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/produktregel-ableiten