

Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen

Teiler natürlicher Zahlen

Die Teiler einer Zahl sind alle Zahlen, die diese Zahl ohne Rest teilen. Man kann also durch diese Zahlen dividieren und es bleibt kein Rest.

Frage: Ist 8 ein Teiler von 48?

Ja, denn $48 : 8 = 6$ damit sind 6 und 8 Teiler von 48

- ① Welche Zahlen sind Teiler von 30? Kreise die Zahlen ein oder male sie mit einem hellen Stift an:

2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20

- ② In einer Schüssel sind 124 Zuckerln.
Können die Zuckerln ohne Rest auf vier Kinder aufgeteilt werden? Wie viele Zuckerl bekommt dann jedes Kind?

Teilermenge

Schreibt man die Menge aller Teiler einer Zahl auf, heißt diese Menge Teilermenge.

Beispiel: Teilermenge von 20

$T_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

- ③ Bestimme die Teilmengen.

$T_{50} = \{$ $\}$

Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen

Vielfache natürlicher Zahlen

Wird eine Zahl mit 1, 2, 3, ... multipliziert, so erhält man ihre Vielfachen.

Was sind vier mögliche Vielfache von 8?

Multipliziere 8 mit 1, dann $8 \cdot 1 = 8$

Multipliziere 8 mit 2, dann $8 \cdot 2 = 16$

Multipliziere 8 mit 3, dann $8 \cdot 3 = 24$

Multipliziere 8 mit 4, dann $8 \cdot 4 = 32$

vier mögliche Vielfache von 8 sind: 8, 16, 24, 32

- ④ Welche Zahlen sind Teiler von 4? Kreise die Zahlen ein oder male sie mit einem hellen Stift an:

4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 22, 24

Vielfachenmenge

Schreibt man die Menge aller Vielfachen einer Zahl auf, heißt diese Menge Vielfachenmenge.

Beispiel: Vielfachenmenge von 6

$T_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

- ⑤ Bestimme die Vielfachenmenge.

$T_{\square} = \{8, \square, 24, \square, 40, \square, \dots\}$

- ⑥ In einer Schüssel sind 124 Zuckerln. Wie viele Zuckerln braucht man zusätzlich, damit man sie auf fünf Kinder gleichmäßig ohne Rest aufteilen kann?

Teilbarkeitsregeln für 2, 4, 5 und 10

Teilbarkeitsregel für 2

Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn sie auf 0, 2, 4, 6 oder 8 endet.

Beispiel: 2 teilt 5348, da die Endziffer eine 8 ist

- ① Erkläre mithilfe der Teilbarkeitsregel, dass 798 durch 2 teilbar ist.

Teilbarkeitsregel für 4

Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die zwei letzten Ziffern eine durch 4 teilbare Zahl bilden.

Beispiel: 4 teilt 9328, da die Endziffer 28 und diese durch 4 teilbar ist

- ② Erkläre mithilfe der Teilbarkeitsregel, dass 324 durch 4 teilbar ist.

Teilbarkeitsregel für 5

Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn sie auf 0 oder 5 endet

Beispiel: 5 teilt 3725, da die Endziffer eine 5 ist

- ③ Erkläre mithilfe der Teilbarkeitsregel, dass 324 nicht durch 5 teilbar ist.

Teilbarkeitsregel für 10

Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn sie auf 0 endet

Beispiel: 10 teilt, 7920, da die Endziffer eine 0 ist

- ④ Erkläre mithilfe der Teilbarkeitsregel, dass 300 durch 10 teilbar ist.

Teilbarkeitsregeln für 3, 9

Ziffernsumme

Die Summe der Ziffern einer Zahl heißt Ziffernsumme.

Beispiel: Ziffernsumme von 234 ist: $2 + 3 + 4 = 9$

- ⑤ Bemale die Zahl und die dazugehörige Ziffernsumme in derselben Farbe.

6	66	365	14	9
8	1014	12	27	503

Teilbarkeitsregel für 3

Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 3 teilbar ist.

Beispiel: 3 teilt 7365, da die Ziffernsumme ($7 + 3 + 6 + 5 = 21$) durch 3 teilbar ist

- ⑥ Setze | oder ÷ ein:

3 66

3 105

9 135

9 269

Teilbarkeitsregel für 9

Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 9 teilbar ist.

Beispiel: 3 teilt 7365, da die Ziffernsumme ($7 + 3 + 6 + 5 = 21$) durch 3 teilbar ist

- ⑦ Addiere drei beliebige aufeinanderfolgende natürliche Zahlen und überprüfe dann mit der Teilbarkeitsregel ob diese Zahl durch 9 teilbar ist.

.....

.....

.....

Primzahlen

Primzahlen

Eine natürliche Zahl, die nur durch 1 und sich selbst teilbar ist, heißt Primzahl. Eine Primzahl muss also genau zwei Teiler haben.

2 ist eine Primzahl, da 2 nur durch 1 und sich selbst teilbar ist
 3 ist eine Primzahl, da 3 nur durch 1 und sich selbst teilbar ist
 4 ist keine Primzahl, da 4 durch 1, 2 und sich selbst teilbar ist

Die 1 ist keine Primzahl, da sie nur durch sich selbst teilbar ist. Sie hat nur einen Teiler.

Die ersten Primzahlen sind: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41

① Gib alle Teiler folgender Zahlen an:

a) 23 - Teiler:

b) 13 - Teiler:

c) 29 - Teiler:

Wie werden die Zahlen 23, 13 und 29 genannt?

Primfaktorzerlegung

Jede natürliche Zahl kann als Produkt von Primzahlen geschrieben werden. Die einzelnen Faktoren nennt man Primfaktoren. Die Zerlegung nennt man Primfaktorzerlegung.

Vorgehensweise:

- 1) Dividiere durch die kleinste Primzahl, durch die die Zahl teilbar ist.
- 2) Schreibe das Ergebnis unter die Ausgangszahl.
- 3) Dividiere wieder durch die kleinste Primzahl, durch die die Zahl teilbar ist.
- 4) Schreibe wieder das Ergebnis unter die Zahl.
- 5) Mach das so lange, bis du 1 erhältst.

② Beispiel: Zerlege 24 in Primfaktoren:

24 : 2

12 : 2

6 : 2

3 : 3

1

Primfaktorzerlegung: $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

③ Beispiel: Zerlege 25 in Primfaktoren:

.....

.....

.....

.....

.....

größter gemeinsamer Teiler (ggT)

größter gemeinsamer Teiler

Die größte Zahl der gemeinsamen Teiler zweier natürlichen Zahlen heißt größter gemeinsamer Teiler (ggT). Man kann den größten gemeinsamen Teiler durch Primfaktorzerlegung bestimmen.

Vorgehensweise:

- 1) Schreibe die Primfaktorzerlegung der beiden Zahlen auf.
- 2) Kreise dann diese Faktoren ein, die in BEIDEN Zerlegungen vorkommen.
- 3) Multipliziere die gemeinsamen Primfaktoren.

Der ggT zweier Zahlen ist das Produkt der gemeinsamen Primfaktoren.

- ① Beispiel: Bestimme den ggT von 8 und 12

$$\begin{array}{ll} 8 : 2 & 12 : 2 \\ 4 : 2 & 6 : 2 \\ 2 : 2 & 3 : 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\text{ggT}(8, 12) = 2 \cdot 2 = 4$$

- ② Bestimme den ggT von 30 und 45

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{ggT}(30, 45) =$$

- ③ Gib zwei Zahlen an, die die 3 als größten gemeinsamen Teiler haben.

.....

.....

.....

.....

$$\text{ggT}(\quad) = \text{ggT}(\quad) = 3$$

kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

Die kleinste Zahl der gemeinsamen Vielfachen zweier natürlicher Zahlen heißt kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV). Man kann das kleinste gemeinsame Vielfache durch Primfaktorzerlegung bestimmen.

Vorgehensweise:

- 1) Schreibe die Primfaktorzerlegung der beiden Zahlen auf.
- 2) Kreise alle Primfaktoren der größeren Zahl ein.
- 3) Hake alle Primfaktoren der kleineren Zahl ab, die auch in der größeren vorkommen.
- 4) Kreise alle übrigen Primfaktoren der kleineren Zahl ein.
- 5) Multipliziere die eingekreisten Zahlen

Das kgV zweier Zahlen ist das Produkt aller eingekreisten Primfaktoren.

- ① Beispiel: Bestimme das kgV von 24 und 36

24 : 2	36 : 2
12 : 2	18 : 2
6 : 2	9 : 3
3 : 3	3 : 3
1	1

$$\text{kgV}(24, 36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 72$$

- ② Bestimme das kgV von 16 und 18

.....

.....

.....

.....

$$\text{ggT}(16, 18) =$$

- ③ Lisa und Erik gehen an einem gemeinsamen Tag gemeinsam ins Kino. Lisa hat jeden vierten Tag, Erik jeden fünften Tag frei. Nach wie vielen Tagen haben sie gemeinsam frei?

.....