

## Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen

### Teiler natürlicher Zahlen

Die Teiler einer Zahl sind alle Zahlen, die diese Zahl ohne Rest teilen. Man kann also durch diese Zahlen dividieren und es bleibt kein Rest.

Frage: Ist 8 ein Teiler von 48?

Ja, denn  $48 : 8 = 6$  damit sind 6 und 8 Teiler von 48

- ① Welche Zahlen sind Teiler von 30? Kreise die Zahlen ein oder male sie mit einem hellen Stift an:

2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20

- ② In einer Schüssel sind 124 Zuckerln.  
Können die Zuckerln ohne Rest auf vier Kinder aufgeteilt werden? Wie viele Zuckerl bekommt dann jedes Kind?



.....

.....

.....

.....

### Teilermenge

Schreibt man die Menge aller Teiler einer Zahl auf, heißt diese Menge Teilermenge.

Beispiel: Teilermenge von 20

$$T_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

- ③ Bestimme die Teilmengen.

$$T_{50} = \{ \text{ } \}$$

.....

.....

.....

.....

## Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen

### Vielfache natürlicher Zahlen

Wird eine Zahl mit 1, 2, 3, ... multipliziert, so erhält man ihre Vielfachen.

Was sind vier mögliche Vielfache von 8?

Multipliziere 8 mit 1, dann  $8 \cdot 1 = 8$

Multipliziere 8 mit 2, dann  $8 \cdot 2 = 16$

Multipliziere 8 mit 3, dann  $8 \cdot 3 = 24$

Multipliziere 8 mit 4, dann  $8 \cdot 4 = 32$

vier mögliche Vielfache von 8 sind: 8, 16, 24, 32

- ④ Welche Zahlen sind Teiler von 4? Kreise die Zahlen ein oder male sie mit einem hellen Stift an:

4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 22, 24

### Vielfachenmenge

Schreibt man die Menge aller Vielfachen einer Zahl auf, heißt diese Menge Vielfachenmenge.

Beispiel: Vielfachenmenge von 6

$T_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

- ⑤ Bestimme die Vielfachenmenge.

$T_{\quad} = \{8, \quad, 24, \quad, 40, \quad, \dots\}$

- ⑥ In einer Schüssel sind 124 Zuckerln. Wie viele Zuckerln braucht man zusätzlich, damit man sie auf fünf Kinder gleichmäßig ohne Rest aufteilen kann?




.....

.....

.....

.....

.....

## Teilbarkeitsregeln für 2, 4, 5 und 10

### Teilbarkeitsregel für 2

Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn sie auf 0, 2, 4, 6 oder 8 endet.

Beispiel: 2 teilt 5348, da die Endziffer eine 8 ist

- ① Erkläre mithilfe der Teilbarkeitsregel, dass 798 durch 2 teilbar ist.

### Teilbarkeitsregel für 4

Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die zwei letzten Ziffern eine durch 4 teilbare Zahl bilden.

Beispiel: 4 teilt 9328, da die Endziffer 28 und diese durch 4 teilbar ist

- ② Erkläre mithilfe der Teilbarkeitsregel, dass 324 durch 4 teilbar ist.

### Teilbarkeitsregel für 5

Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn sie auf 0 oder 5 endet

Beispiel: 5 teilt 3725, da die Endziffer eine 5 ist

- ③ Erkläre mithilfe der Teilbarkeitsregel, dass 324 nicht durch 5 teilbar ist.

### Teilbarkeitsregel für 10

Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn sie auf 0 endet

Beispiel: 10 teilt, 7920, da die Endziffer eine 0 ist

- ④ Erkläre mithilfe der Teilbarkeitsregel, dass 300 durch 10 teilbar ist.

## Teilbarkeitsregeln für 3, 9

### Ziffernsumme

Die Summe der Ziffern einer Zahl heißt Ziffernsumme.

Beispiel: Ziffernsumme von 234 ist:  $2 + 3 + 4 = 9$

- ⑤ Bemale die Zahl und die dazugehörige Ziffernsumme in derselben Farbe.

6	66	365	14	9
8	1014	12	27	503

### Teilbarkeitsregel für 3

Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 3 teilbar ist.

Beispiel: 3 teilt 7365, da die Ziffernsumme ( $7 + 3 + 6 + 5 = 21$ ) durch 3 teilbar ist

- ⑥ Setze | oder † ein:

3  66

3  105

9  135

9  269

### Teilbarkeitsregel für 9

Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 9 teilbar ist.

Beispiel: 3 teilt 7365, da die Ziffernsumme ( $7 + 3 + 6 + 5 = 21$ ) durch 3 teilbar ist

- ⑦ Addiere drei beliebige aufeinanderfolgende natürliche Zahlen und überprüfe dann mit der Teilbarkeitsregel ob diese Zahl durch 9 teilbar ist.

.....

.....

.....

## Primzahlen

### Primzahlen

Eine natürliche Zahl, die nur durch 1 und sich selbst teilbar ist, heißt Primzahl. Eine Primzahl muss also genau zwei Teiler haben.

2 ist eine Primzahl, da 2 nur durch 1 und sich selbst teilbar ist  
 3 ist eine Primzahl, da 3 nur durch 1 und sich selbst teilbar ist  
 4 ist keine Primzahl, da 4 durch 1, 2 und sich selbst teilbar ist

Die 1 ist keine Primzahl, da sie nur durch sich selbst teilbar ist. Sie hat nur einen Teiler.

Die ersten Primzahlen sind: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41

① Gib alle Teiler folgender Zahlen an:

a) 23 - Teiler:

b) 13 - Teiler:

c) 29 - Teiler:

Wie werden die Zahlen 23, 13 und 29 genannt?

### Primfaktorzerlegung

Jede natürliche Zahl kann als Produkt von Primzahlen geschrieben werden. Die einzelnen Faktoren nennt man Primfaktoren. Die Zerlegung nennt man Primfaktorzerlegung.

Vorgehensweise:

- 1) Dividiere durch die kleinste Primzahl, durch die die Zahl teilbar ist.
- 2) Schreibe das Ergebnis unter die Ausgangszahl.
- 3) Dividiere wieder durch die kleinste Primzahl, durch die die Zahl teilbar ist.
- 4) Schreibe wieder das Ergebnis unter die Zahl.
- 5) Mach das so lange, bis du 1 erhältst.

② Beispiel: Zerlege 24 in Primfaktoren:

24 : 2  
 12 : 2  
 6 : 2  
 3 : 3  
 1

Primfaktorzerlegung:  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

③ Beispiel: Zerlege 25 in Primfaktoren:

.....  
 .....  
 .....  
 .....

## größter gemeinsamer Teiler (ggT)

### größter gemeinsamer Teiler

Die größte Zahl der gemeinsamen Teiler zweier natürlichen Zahlen heißt größter gemeinsame Teiler (ggT). Man kann den größten gemeinsamen Teiler durch Primfaktorzerlegung bestimmen.

Vorgehensweise:

- 1) Schreibe die Primfaktorzerlegung der beiden Zahlen auf.
- 2) Kreise dann diese Faktoren ein, die in BEIDEN Zerlegungen vorkommen.
- 3) Multipliziere die gemeinsamen Primfaktoren.

Der ggT zweier Zahlen ist das Produkt der gemeinsamen Primfaktoren.

- ① Beispiel: Bestimme den ggT von 8 und 12

$$\begin{array}{ll} 8 : 2 & 12 : 2 \\ 4 : 2 & 6 : 2 \\ 2 : 2 & 3 : 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\text{ggT}(8,12) = 2 \cdot 2 = 4$$

- ② Bestimme den ggT von 30 und 45

$$\text{ggT}(30, 45) =$$

- ③ Gib zwei Zahlen an, die die 3 als größten gemeinsamen Teiler haben.

$$\text{ggT}(\quad) = \text{ggT}(\quad) = 3$$

## kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

### kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

Die kleinste Zahl der gemeinsamen Vielfachen zweier natürlicher Zahlen heißt kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV). Man kann das kleinste gemeinsame Vielfache durch Primfaktorzerlegung bestimmen.

Vorgehensweise:

- 1) Schreibe die Primfaktorzerlegung der beiden Zahlen auf.
- 2) Kreise alle Primfaktoren der größeren Zahl ein.
- 3) Hake alle Primfaktoren der kleineren Zahl ab, die auch in der größeren vorkommen.
- 4) Kreise alle übrigen Primfaktoren der kleineren Zahl ein.
- 5) Multipliziere die eingekreisten Zahlen

Das kgV zweier Zahlen ist das Produkt aller eingekreisten Primfaktoren.

- ① Beispiel: Bestimme das kgV von 24 und 36

24 : 2	36 : 2
12 : 2	18 : 2
6 : 2	9 : 3
3 : 3	3 : 3
1	1

$$\text{kgV}(24, 36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 72$$

- ② Bestimme das kgV von 16 und 18

$$\text{ggT}(16, 18) =$$

- ③ Lisa und Erik gehen an einem gemeinsamen Tag gemeinsam ins Kino. Lisa hat jeden vierten Tag, Erik jeden fünften Tag frei. Nach wie vielen Tagen haben sie gemeinsam frei?