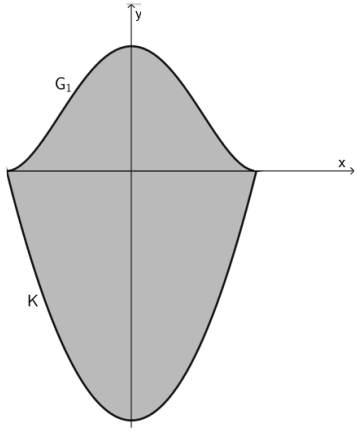
Aufgabe 3 (Punkte: 5 + 4 + 3)

Gegeben sind die Funktionenschar f_a mit
$f_a(x) = x^4 - 2ax^2 + a^2\,; a \in \mathbb{R}, a > 0$ und die Funktion g mit
$g(x) = 2x^2 - 2.$ Die Graphen der Schar f_a sind G_a und der Graph der Funktion g ist K. Alle Graphen G_a verlaufen achsensymmetrisch zur y-Achse. x und $f(x)$ sind in dm.

a)
Die Graphen G_1 und K schließen im Intervall $[-1; 1]$ eine Fläche ein, die als Schablone für das Wappen einer Stadt genutzt werden soll.

Berechnen Sie den zugehörigen Flächeninhalt des Stadtwappens.

Berechnen Sie für das Stadtwappen die Masse in kg, wenn das Wappen aus 6 mm dickem Messing hergestellt wird, das eine Dichte von p = 8,73 $\frac{g}{cm^3}$ besitzt.



Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/test-integralrechnung-mit-hilfsmittel

b)
Die untere Begrenzung des Stadtwappens soll statt durch die quadratische Parabel K mithilfe einer anderen quadratischen Parabel modelliert werden. Dabei sollen die Symmetrie des Wappens sowie die beiden Schnittpunkte im Intervall $[-1; 1]$ mit G_1 zwar erhalten bleiben, sich aber die Fläche des Wappens um 2 dm² vergrößern.

Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung p mit $p(x) = cx^2 + d$ der neuen Parabel; $c, d \in \mathbb{R}; c, d \neq 0$.

c)
Weisen Sie nach, dass es ein a gibt, sodass der Graph G_a mit der x-Achse über dem Intervall $[-a; a]$ eine Fläche von 1 m² einschließt. Berechnen Sie das gesuchte a bis auf zwei Nachkommastellen genau.

Angaben zu den Urhebern und Lizenzbedingungen der einzelnen Bestandteile dieses Dokuments finden Sie unter
https://www.tutory.de/entdecken/dokument/test-integralrechnung-mit-hilfsmittel