# Unterjährige geometrische Verzinsung

In manchen Fällen werden die Zinsen nicht nur wie bisher betrachtet am Jahresende gutgeschrieben, sondern beispielsweise bei Tagesgeldkonten oft auch schon mehrfach während des Jahres. Beispielsweise könnten die Zinsen jeden Monat oder jedes Quartal ausgezahlt werden. Dadurch kommt es bereits innerhalb des Jahres zum Zinseszinseffekt. Daher müssen wir in diesem Fall etwas anders rechnen.
Dafür legen wir zunächst einige Notationen fest: m beschreibt die Anzahl der Zeitperioden pro Jahr, wobei die Zeitperioden immer gleich groß sein müssen. Im Beispiel einer monatlichen Zinskapitalisierung wäre also m=12, weil wir pro Jahr 12 Zinskapitalisierungen haben. Werden die Zinsen jedes Quartal ausgeschüttet, würde entsprechend m=4 gelten.
Außerdem gibt es den nominellen Jahreszinssatz u, der sich vom effektiven Jahreszinssatz $r_m$ unterscheidet, den wir bisher immer betrachtet haben. Während wir mit dem effektiven Jahreszinssatz $r_m$ so rechnen können wie bisher auch, ist der nominelle Zinssatz u nur ein Referenzwert, mit dem wir nie direkt die Zinsen berechnen. Stattdessen wird dieser nominelle Jahreszinssatz u auf die Zeitperioden aufgeteilt, sodass sich der unterjährige Zinssatz u/m ergibt. Haben wir also einen nominellen Jahreszinssatz von u = 4 % und die Zinsen werden quartalsweise ausgezahlt, ergibt sich entsprechend ein unterjähriger Zinssatz von u/m = 4%/4 = 1 %. Pro Quartal werden demnach Zinsen in Höhe von 1 % ausgezahlt. Da es nun bereits innerhalb des Jahres zum Zinseszinseffekt kommt, ist der effektive Jahreszins höher als die 4 % des nominellen Zinssatzes. Aus diesem Grund ist der nominelle Jahreszinssatz u nicht das gleiche wie der effektive Jahreszinssatz $r_m$. Bei unterjähriger Verzinsung ist der effektive Jahreszinssatz $r_m$ aufgrund des Zinseszinses stets größer als der nominelle Jahreszinssatz u.
Außerdem bezeichnen wir die Anzahl der betrachteten Tage als x.

Wir wollen nun betrachten, wie wir das Kapital nach einem Jahr bei unterjähriger Verzinsung berechnen können. Dazu rechnen wir $K1 = K0 * (1 + u/m)^m$. In unserem Beispiel würde sich also ergeben: $K1 = K0 * (1 + 4\%/4)^4 = K0 * 1{,}01^4$. Pro Periode, in diesem Fall Quartal, werden 1 % Zinsen ausgezahlt. Das entspricht der Multiplikation mit 1,01. Da wir innerhalb des einen Jahres nun 4 solcher Perioden haben, müssen wir $1{,}01^4$ rechnen. Es ist also genauso wie wenn wir 1 % Zinsen pro Jahr für 4 Jahre bekommen, nur eben innerhalb eines Jahres. Auf diese Weise können wir auch den effektiven Jahreszinssatz $r_m$ berechnen. Dieser findet sich nämlich genau in dieser Multiplikation mit $1{,}01^4$ bzw. allgemein in der Multiplikation mit $(1 + u/m)^m$, denn das ist der Faktor mit dem wir pro Jahr multiplizieren, also unser q. Da wir nun aber nicht q sondern $r_m$ berechnen wollen und $q = 1 + r_m$ gilt, müssen wir, um $r_m$ herauszufinden, folgendes rechnen: $r_m = (1 + u/m)^m - 1$.
Allgemein können wir das Kapital nach t Jahren mit folgender Formel berechnen:
$K_t = K_0 * (1 + r_m)^t = K_0 * (1 + u/m)^{m*t}$

## Taggenaue Verzinsung

Bei der taggenauen Verzinsung ist es wieder sehr wichtig, auf die Zinskonvention zu achten.
Wir gehen hier im folgenden von der Konvention 30/360 aus.
Dabei berechnet sich der Kapitalwert nach x Tagen durch:
$K_{x/360} = K_0 * (1 + u/360)^x = K_0 * (1 + r_m)^{x/360}$

## Kontinuierliche Verzinsung

Die kontinuierliche Verzinsung entspricht einer unterjährigen Verzinsung mit unendlich vielen und unendlich kleinen Perioden m, nach denen jeweils die erwirtschafteten Zinsen ausgezahlt werden. Da je kürzer die Perioden sind und je mehr Perioden es gibt, der Zinseszinseffekt immer stärker wird und entsprechend das Kapital schneller anwächst, ist dieser Effekt bei der kontinuierlichen Verzinsung am größten.
Bei der kontinuierlichen Verzinsung lässt sich der Kapitalwert nach t Jahren wie folgt berechnen: $K_t = K_0 * e^{u*t}$
Der effektive Jahreszinssatz $r_m$ ergibt sich durch: $r_m = e^u - 1$

**Absolviere jetzt zum Abschluss der heutigen Einheit noch den Test mit dem Titel Tutorium 2.**

**Viel Spaß! 💕**

**Noch motiviert?**
Du kannst dir freiwillig noch hier das zugehörige Video vom Tutorium anschauen.