

Rechenregeln für unbestimmte Integrale

Potenzregel der Differentialrechnung $(x^n)' = n \cdot x^{n-1} \quad (n \in \mathbb{Z}, n \neq 0)$	Potenzregel der Integralrechnung $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \in \mathbb{Z}, n \neq -1)$
Summenregel der Differentialrechnung Man kann eine Summe <u>gliedweise</u> differenzieren: $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$	Summenregel der Integralrechnung Man kann eine Summe <u>gliedweise</u> integrieren: $\begin{aligned} \int (f(x) + g(x)) dx &= \int f(x) dx + \int g(x) dx \\ &= F(x) + G(x) \end{aligned}$
Faktorregel der Differentialrechnung Ein konstanter Faktor bleibt beim Differenzieren erhalten: $(a \cdot f(x))' = a \cdot f'(x)$	Faktorregel der Integralrechnung Ein konstanter Faktor bleibt beim Integrieren erhalten: $\begin{aligned} \int a \cdot f(x) dx &= a \cdot \int f(x) dx \\ &= a \cdot F(x) \quad (a \in \mathbb{R}) \end{aligned}$
Kettenregel der Differentialrechnung (lineare innere Funktion) Für $a, b \in \mathbb{R}$ gilt: $(f(ax + b))' = f'(ax + b) \cdot a$	Kettenregel der Integralrechnung (lineare innere Funktion) Für $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ gilt: $\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} \cdot F(ax + b)$

Übungsaufgaben

Zur **Probe** einfach
wieder **ableiten**!

① Berechnen Sie die unbestimmten Integrale.

- | | | |
|-------------------------|------------------------------|---|
| a) $\int x^6 dx$ | d) $\int (4x^2 + 2x) dx$ | g) $\int (2x + \frac{1}{x}) \cdot x dx$ |
| b) $\int 6x^2 dx$ | e) $\int (2x^3 - 4x + 1) dx$ | h) $\int (ax^2 + 6x) dx$ |
| c) $\int (2x + 3)^3 dx$ | f) $\int 3x^{-2} dx$ | i) $\int (x + \frac{3}{x^2}) dx$ |

② Ordnen Sie jeder Funktion f eine passende Stammfunktion F zu.

f

I $8x^3 - 3$

II $2x - 4$

III $(x + 2)^2$

IV $3(x^2 - 2x^3)$

VI $\frac{x^2 - 9}{x - 3}$

V $2x - \frac{1}{x^2}$

F

A $x^3 - \frac{3}{2}x^4 - 2$

C $2x^4 - 3x + 2$

D $(x - 2)^2$

F $x^2 + \frac{1}{x} + C$

E $2x^2 + 4x + \frac{1}{3}x^3 + C$

B $\frac{1}{2}x^2 + 3x$

③ **Wo steckt der Fehler?**

In den folgenden Rechnungen ist jeweils ein Fehler enthalten.

Finden Sie die Fehler und korrigieren Sie sie.

- a) $\int \frac{6}{x^2} dx = \int 6 \cdot x^{-2} dx = 6 \cdot \int x^{-2} dx = 6 \cdot \frac{x^{-3}}{-3} + C = \frac{-2}{x^3} + C$
- b) $\int (2x + 1)^2 dx = \frac{(2x+1)^3}{3} + C$
- c) $\int (3x^2 + 2a) dx = x^3 + 2a + C$
- d) $\int (3x^2 + 2a) da = x^3 + 2ax + C$