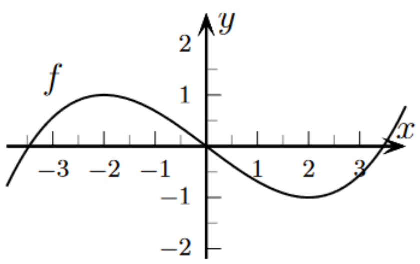
Hinweis

Bearbeiten Sie die Aufgaben auf dem Klausurpapier mit einem blauen oder schwarzen Stift. Zeichnungen werden mit angespitztem Bleistift angefertigt und mit blauem oder schwarzem Stift beschriftet. Um die volle Punktzahl zu erhalten, sollten Sie für das Lösen der Aufgaben stets den Rechenweg angeben. Achten Sie bei Textaufgaben auf einen **Antwortsatz.**

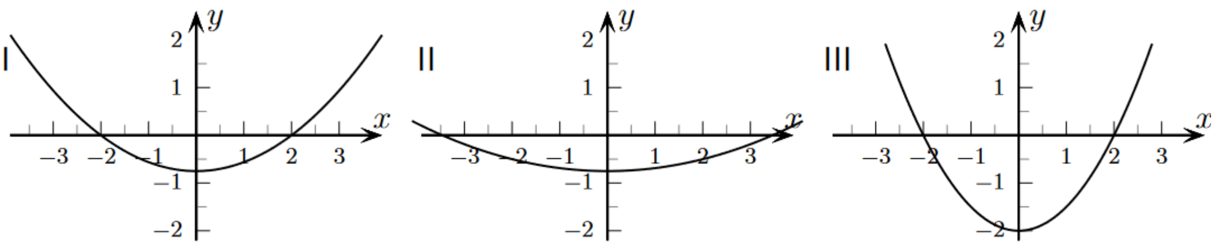
Viel Erfolg bei der Arbeit!

Hilfsmittelfreier Teil

1 Der abgebildete Graph stellt eine Funktion f dar.

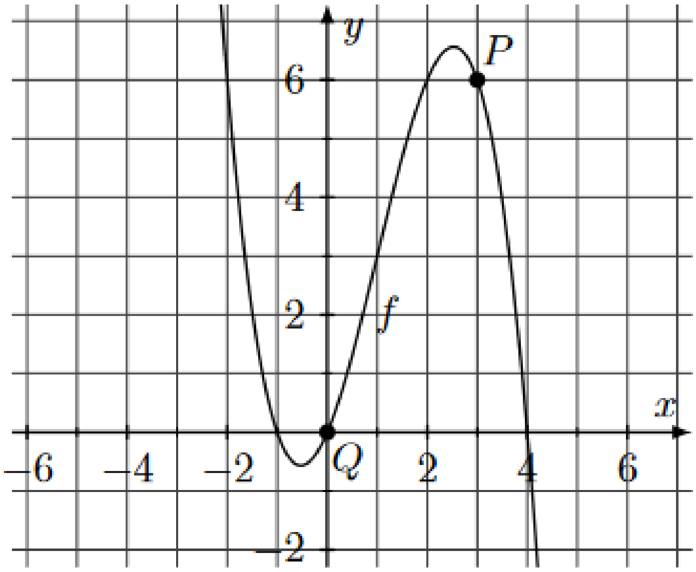


a) Einer der folgenden Graphen I, II oder III gehört zur ersten Ableitungsfunktion von f. **Geben** Sie diesen Graphen **an** und **begründen** Sie, dass die beiden anderen Graphen dafür nicht infrage kommen. / 3



b) Die Funktion $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + x^4 - \frac{8}{3}x^3$ ist gegeben. **Bestimmen** Sie die lokale Änderungsrate der Funktion an der Stelle $x = -1$. / 4

② Im Koordinatensystem ist der Graph der Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x$ dargestellt.



Die Tangente an den Graphen von f im Punkt P (3|6) heißt t_p, diejenige im Punkt Q (0|0) heißt t_q.

a) Es ist $f'(3) = -\frac{5}{2}$. / 3

Ermitteln Sie zeichnerisch die Nullstelle der Tangente t_p.

b) **Prüfen** Sie rechnerisch, ob die Tangente t_q durch P verläuft. / 4

③ **Entscheiden** Sie für die unten stehenden Aussagen, welche / 8

- immer gelten.
- nie gelten.
- nur in bestimmten Fällen gelten.

Begründen Sie Ihre Wahl.

a) Wenn $f'(x) = 0$ gilt, dann hat der Graph von f bei x_0 einen Sattelpunkt.

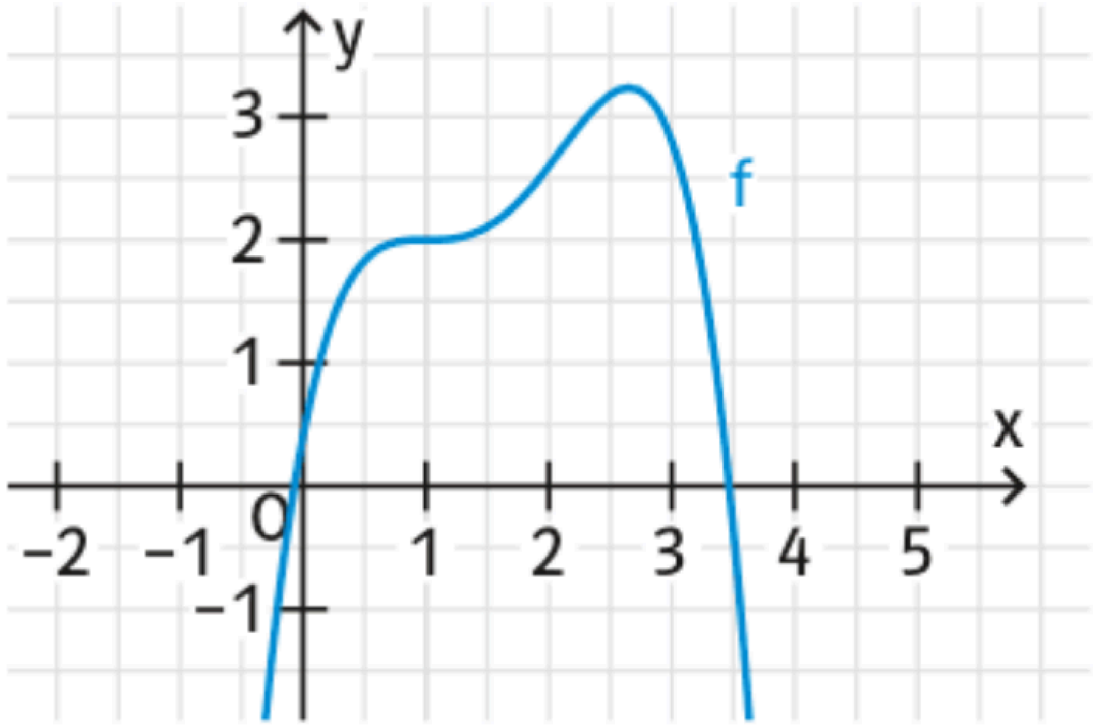
b) Wenn $f'(x) = 0$ und $f''(x) = 0$ ist, dann hat der Graph von f bei x_0 einen Sattelpunkt.

c) Wenn $f'(1) = 0$ und $f''(1) = 4$ ist, dann hat der Graph von f in H(1|4) einen Hochpunkt.

d) Wenn $f''(x) = 0$ und $f'''(x) > 0$ ist, dann hat der Graph von f' an der Stelle x_0 einen Tiefpunkt.

Hilfsmittel Teil

④ **Skizzieren** Sie die Ableitungsfunktion des Graphen in das Koordinatensystem. / 6



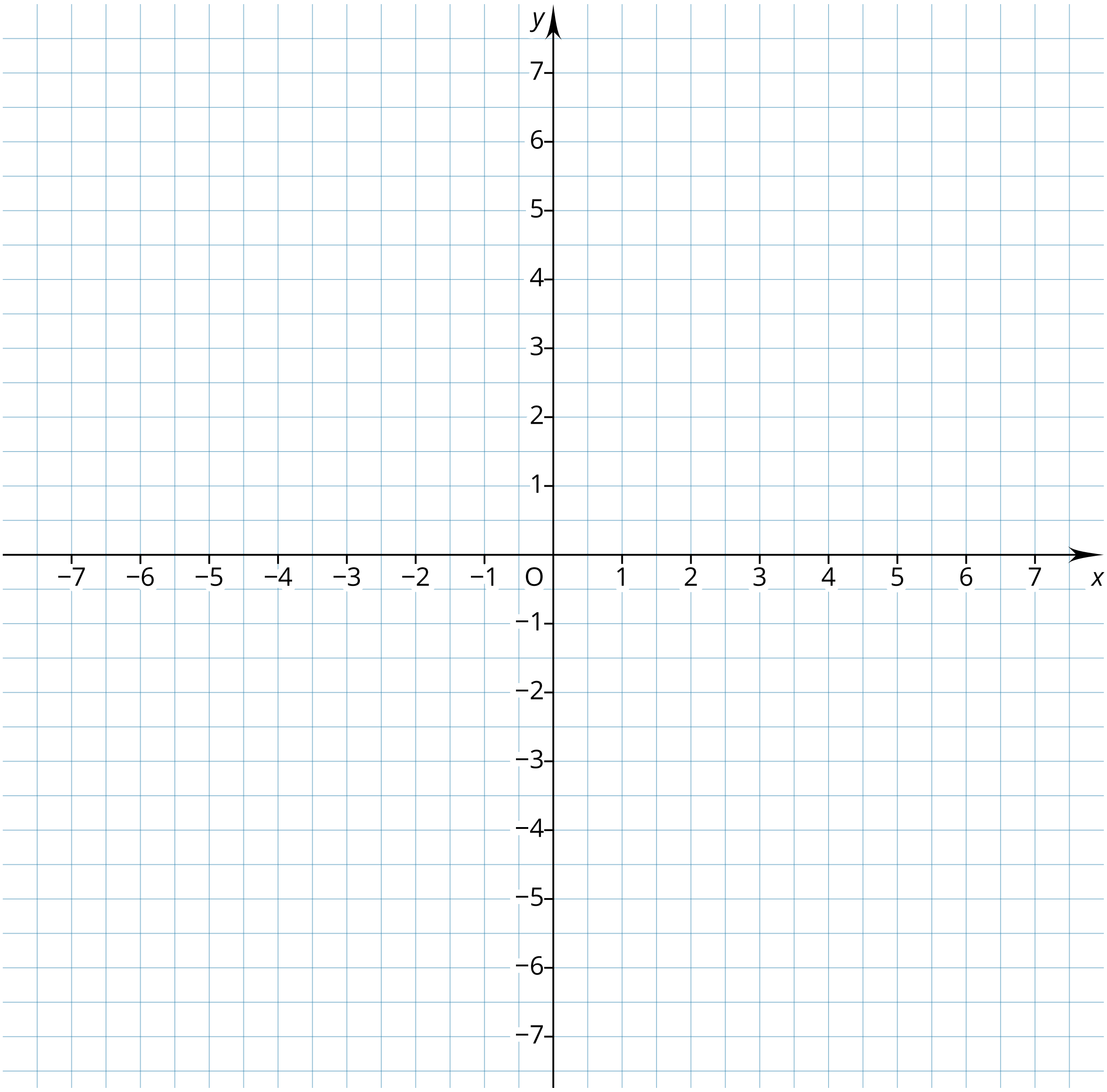
⑤ Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 12x$.

a) Berechnen Sie die Nullstellen sowie die Extrempunkte des Graphen von f. / 6

b) Untersuchen Sie f auf Symmetrie, Monotonie sowie das Verhalten von f für $x \to \pm\infty$. / 4

c) Skizzieren Sie mit den Informationen aus a) und b) den Graphen von f im Koordinatensystem auf der folgenden Seite. / 4

d) Skizzieren Sie die Tangente t durch (0|0). Bestimmen Sie anschließend ihre Gleichung. / 6



⑥ Fig. 1 zeigt den Graph der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f. **Entscheiden** Sie, welche der unten stehenden Aussagen richtig bzw. falsch sind. **Begründen** Sie Ihre Antworten. / 8

a) Die Funktion f ist im Intervall]-1;1[streng monoton zunehmend.
b) Die Funktion f hat zwischen $x = -1$ und $x = 1$ ein Extremum.
c) Der Graph von f hat einen Tiefpunkt.
d) Es kann sein, dass f keine Nullstelle hat.

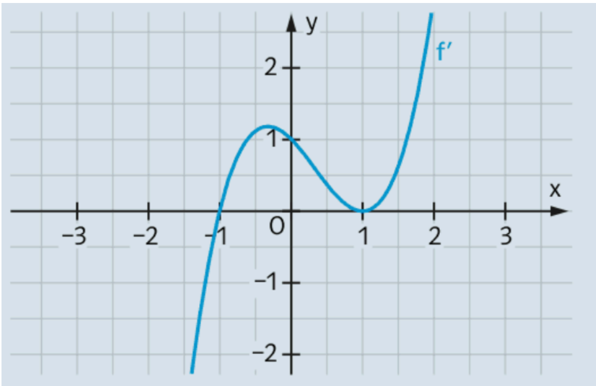


Fig. 1

7. Die Abbildung 1 zeigt den Graphen der Funktion k mit

$k(x) = \frac{1}{40} \cdot (x^3 - 30x^2 + 288x - 815)$ und $x \in \mathbb{R}$.

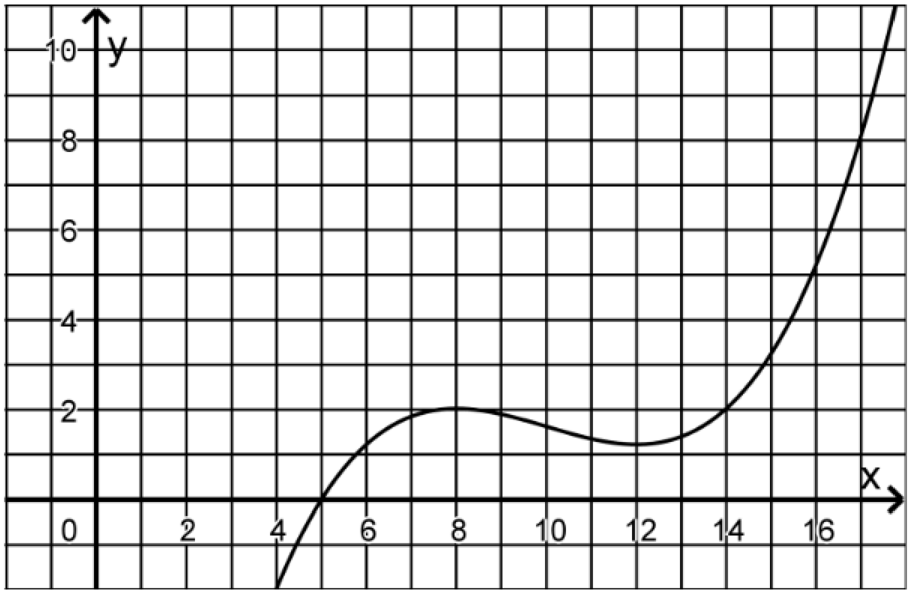


Abb. 1

Im Rahmen eines Tests läuft ein Sportler auf einem Laufband. Dabei wird bei ansteigender Geschwindigkeit jeweils die Konzentration sogenannter Laktate im Blut gemessen.

Die Abhängigkeit der Laktatkonzentration von der Geschwindigkeit kann für $8{,}5 \leq x \leq 17{,}5$ modellhaft durch die Funktion k beschrieben werden. Dabei ist x die Geschwindigkeit des Sportlers in Kilometer pro Stunde und $k(x)$ die Laktatkonzentration in Millimol pro Liter ($\frac{mmol}{l}$).

a) Der Tabelle können einzelne Werte entnommen werden, die während des Tests gemessen wurden. / 3

Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	9	13	17
Laktatkonzentration in $\frac{\text{mmol}}{\text{l}}$	1,92	1,44	8,09

Berechnen Sie mit k(13) den theoretischen Wert der Laktatkonzentration**.**

Ermitteln Sie im Anschluss die prozentuale Abweichung der Laktatkonzentration zwischen dem berechneten und dem tatsächlich gemessenen Wert.

b) **Lesen** Sie im Modell mithilfe von Abbildung 1 die Geschwindigkeit ab, ab der die Laktatkonzentration ansteigt, **sowie** die Geschwindigkeit, bei der die Laktatkonzentration $3{,}25\frac{mmol}{l}$ überschreitet. / 3

c) **Ermitteln** Sie rechnerisch, bei welcher Geschwindigkeit die Laktatkonzentration im Modell am stärksten abnimmt. (**Wendepunkt**) / 6

d) **Berechnen** Sie im Modell für den Geschwindigkeitsbereich von $12\frac{km}{h}$ bis $17{,}5\frac{km}{h}$ die mittlere Änderungsrate der Laktatkonzentration. / 6

e) **Zeigen** Sie **rechnerisch**, dass der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion g mit $g(x) = \frac{13}{40} \cdot (x-5)$durch den Wendepunkt $W(10|\frac{13}{8})$ verläuft. **Zeichnen** Sie diese Gerade in die Abbildung 1 **ein**. / 6

Punkte: **/ 80**

Note:

Unterschrift des / der Erziehungsberechtigten

Notenschlüssel

80 - 76 = 15 Punkte
-72 = 14 Punkte
- 68= 13 Punkte
- 64 = 12 Punkte
- 60= 11 Punkte
- 56 = 10 Punkte
- 52 = 9 Punkte
- 48 = 8 Punkte
- 44 = 7 Punkte
- 40 = 6 Punkte
- 36 = 5 Punkte
- 32 = 4 Punkte
- 28 = 3 Punkte
- 24 = 2 Punkte
- 20 = 1 Punkt
- 0 = 0 Punkte